

Prova scritta di Fisica della Materia Condensata ed  
Elettronica dei Dispositivi a Stato Solido  
del 18-2-09

Proff. P. Calvani, M. Capizzi

**Esercizio 1 - Fisica atomica**

Le energie di alcuni livelli dell'atomo di elio, riferite a quella dello stato fondamentale, sono riportate nella seguente Tabella:

Configurazione	Stato	Energia (cm <sup>-1</sup> )
1s <sup>2</sup>	1 <sup>1</sup> S	0
1s2s	2 <sup>3</sup> S	159850
1s2s	2 <sup>1</sup> S	166271
1s2p	2 <sup>3</sup> P	169081
1s2p	2 <sup>1</sup> P	171129
1s3s	3 <sup>1</sup> S	183231
1s∞	He <sup>+</sup>	198314

Supponendo che questi stati siano ben descritti dalla teoria delle perturbazioni al primo ordine (ordine zero = elettroni non interagenti), e sapendo che per l'He  $Ry=109722 \text{ cm}^{-1}$ :

1)

- a) Tracciare lo schema dei livelli riportati in tabella trascurando l'interazione spin-orbita;
- b) indicare le transizioni ottiche con cui l'atomo può diseccitarsi in approssimazione di dipolo dalla configurazione 1s3s allo stato fondamentale e le loro frequenze.

2)

Determinare, sulla base della tabella, i valori degli integrali coulombiani  $I[1s^2]$ ;  $I[1s2s]$ ;  $I[1s2p]$  e degli integrali di scambio  $K[1s2s]$ ;  $K[1s2p]$ .

3)

- a) Completare lo schema del punto 1) inserendo gli spostamenti energetici dovuti all'interazione spin-orbita in accoppiamento L-S;
- b) indicare le transizioni osservabili in assorbimento ottico in approssimazione di dipolo dalla configurazione 1s2s alla 1s2p;
- c) determinare le loro frequenze assumendo  $A = 1 \text{ cm}^{-1}$  nella regola degli intervalli di Landé

$$E(J) - E(J-1) = AJ$$

per gli stati 2<sup>3</sup>P.

## 2) Esercizio 2 - Fisica dei solidi

a) Stimare la resistività dell'arseniuro di gallio (GaAs) intrinseco a temperatura ambiente ( $T=290$  K), sapendo che

$$E_g = 1.4 \text{ eV}; \quad N_c = 4 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}; \quad N_v = 8.1 \times 10^{24} \text{ m}^{-3};$$

$$\mu_e = 8500 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}; \quad \mu_h = 400 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

b) Se il semiconduttore è drogato  $n$ , con concentrazione di impurezze  $N_D = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  e energia di ionizzazione delle impurezze  $\epsilon_d = 0.01 \text{ meV}$  tale che tutte le impurezze siano ionizzate a temperatura ambiente, si chiede di:

b1) scrivere l'equazione di neutralità di carica;

b2) determinare la posizione del potenziale chimico, sapendo che per un semiconduttore di tipo  $n$ , in approssimazione di non degenerazione,

$$n = N_c e^{\frac{\mu - E_c}{k_B T}};$$

e valutare se a temperatura ambiente vale l'approssimazione di non degenerazione  $E_c - \mu \gg k_B T$

b3) calcolare il nuovo valore della resistività, assumendo che la mobilità dei portatori non sia cambiata. *Solo per gli studenti del Prof. Capizzi: discutere brevemente la ragionevolezza, o meno, della assunzione appena fatta;*

b4) tracciare uno schema qualitativo dell'andamento di  $\log n$  in funzione di  $1/T$  per il semiconduttore drogato e commentarlo. Specificare il valore della pendenza della funzione nel limite di temperature molto basse o molto alte e il valore della concentrazione di elettroni a temperature intermedie fra i due limiti. Determinare il valore approssimato della temperatura  $T_1$  che segna il passaggio dal limite di alte temperature a quello di temperature intermedie.



$$K[1s2s] = (166271 - 159850)/2 = 3210.5 \text{ cm}^{-1}$$

$$I[1s2s] = \varepsilon_{1s} + I[1s^2] - \varepsilon_{2s} + (159850 + 166271)/2 = -4 \cdot Ry(1 - 1/4) + I[1s^2] + (159850 + 166271)/2 = -3 \cdot 109722 + 240574 + (159850 + 166271)/2 = 74468 \text{ cm}^{-1}$$

Da

$$E[2^3P] - E[1^1S] = \varepsilon_{1s} + \varepsilon_{2p} + I[1s2p] - K[1s2p] - (2\varepsilon_{1s} + I[1s^2]) = 169081$$

$$E[2^1P] - E[1^1S] = \varepsilon_{1s} + \varepsilon_{2p} + I[1s2p] + K[1s2p] - (2\varepsilon_{1s} + I[1s^2]) = 171129$$

si ricava

$$K[1s2p] = (171129 - 169081)/2 = 1024 \text{ cm}^{-1}$$

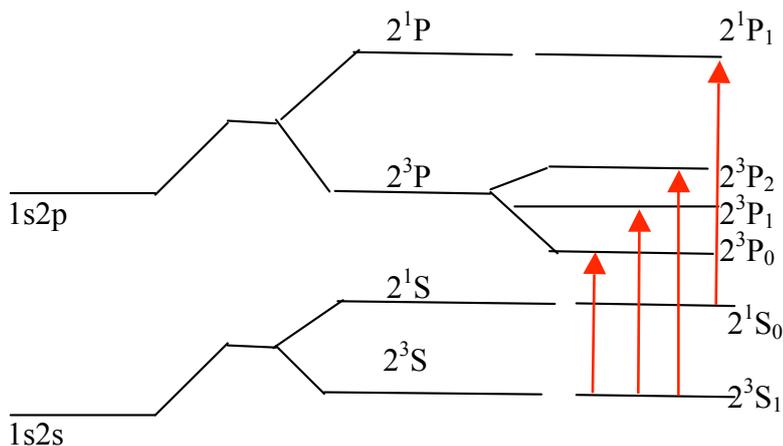
$$I[1s2p] = \varepsilon_{1s} + I[1s^2] - \varepsilon_{2p} + (169081 + 171129)/2 = -4 \cdot Ry(1 - 1/4) + I[1s^2] + (159850 + 166271)/2 = -3 \cdot 109722 + 240574 + (169081 + 171129)/2 = 81513 \text{ cm}^{-1}$$

3) Poiché lo shift di energia dovuto allo spin-orbita è

$$E_{so} = \frac{1}{2} A[(J(J+1) - L(L+1) - S(S+1))]$$

gli unici livelli a spostarsi sono  $2^3P_0$  (di  $-2A$ ),  $2^3P_1$  (di  $-A$ ) e  $2^3P_2$  (di  $+A$ )

La regola di selezione da aggiungere a quelle del punto 1) è  $\Delta J = 0, \pm 1$  (ma **NON**  $J=0 \rightarrow J=0$ ). Pertanto,



$$E[2^3S_1 \rightarrow 2^3P_0] = 169081 - 159850 - 2A = 9229 \text{ cm}^{-1}$$

$$E[2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1] = 169081 - 159850 - A = 9230 \text{ cm}^{-1}$$

$$E[2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2] = 169081 - 159850 + A = 9232 \text{ cm}^{-1}$$

$$E[2^1S_0 \rightarrow 2^1P_1] = 171129 - 166271 = 4858 \text{ cm}^{-1}$$

Si poteva arrivare alle stesse soluzioni, in modo forse piu' diretto, prendendo come zero delle energie quella dell'elio ionizzato una volta. In tal caso le energie degli stati legati, relative a quella dell'elio ionizzato una volta, sarebbero state equivalenti a quelle di un sistema idrogenoide con  $Z=2$ .

## Soluzione esercizio di Fisica dei solidi

a)

La resistività è

$$\rho = (nq\mu_e + pq\mu_h)^{-1}$$

Per un semiconduttore intrinseco, l'equazione di neutralità di carica diventa  $n=p$ , per cui

$$\rho = [nq(\mu_e + \mu_h)]^{-1}$$

Dalla legge di azione di massa

$$np = N_c N_v e^{-E_g/k_B T} = n_i^2$$

segue

$$n = \sqrt{N_c N_v} e^{-E_g/2k_B T} = [0.4 \cdot 10^{24} \times 8.1 \cdot 10^{24}]^{1/2} e^{-\frac{1.4 \cdot 11605}{2 \times 290}} = 1.8 \cdot 10^{24} \times 6.83 \cdot 10^{-13} = 1.22 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-3}$$

$$\text{da cui } \rho = [1.22 \cdot 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} \times [8500 + 400] \cdot 10^{-4}]^{-1} = 5.7 \times 10^6 \Omega \text{ m}$$

b1)

Gli stati donatori sono assunti essere completamente ionizzati, per cui l'equazione di neutralità di carica si riduce alla

$$N_D^+ + p = N_D + p = n$$

b2)

Poiché  $n_i^2 = pn$ , moltiplicando i due membri della equazione di neutralità di carica per la concentrazione degli elettroni si ha  $n^2 - nN_D - n_i^2 = 0$  da cui

$$n = \frac{N_D \pm \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2}$$

Poiché  $N_D \gg n_i$ , ne segue  $n \approx N_D$ . Altrimenti si poteva stimare la concentrazione dei portatori intrinseci per trovare che a 290 K questa è molto minore di  $N_D$ .

Pertanto, dalla  $N_D = n = N_c e^{\frac{\mu - E_c}{k_B T}}$  segue che

$$E_c - \mu = k_B T \ln \frac{N_c}{N_D} = 0.204 \text{ eV}$$

$\frac{E_c - \mu}{k_B T} = 8.29$ , quindi la condizione di non degenerazione è ampiamente giustificata

3)

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{n_i}{N_D} n_i \ll n_i$$

$$n = N_D \Rightarrow n_i$$

da cui

$$n \gg p$$

$$\rho = (N_D q \mu_e)^{-1} = (10^{20} \times 1.6 \cdot 10^{-19} \times 8500 \cdot 10^{-4})^{-1} = 7.3 \times 10^{-2} \Omega m$$

La mobilità a bassa temperatura diminuisce a causa dell'aumento della concentrazione di impurezze. A temperatura ambiente la mobilità è tipicamente dominata dalla diffusione sul reticolo (da fononi) per cui non varia apprezzabilmente con il drogaggio.

b4)

Nel limite di alta temperatura la pendenza è data da  $-E_g/2$  (0,7 eV), nel limite di bassa temperatura la pendenza è invece data da  $-E_d/2$  (0,005 eV), nella regione intermedia è pari a  $1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ .

La temperatura  $T_1$  può essere determinata imponendo, ad esempio la relazione di uguaglianza fra portatori intrinseci e estrinseci

$$n = \sqrt{N_c N_v} e^{-E_g/2k_B T_1} = N_D$$

$$T_1 = E_g / k_B \ln 4 \left( \frac{N_c N_v}{N_D^2} \right) = 16240 / 21,95 = 740 K$$