

## FISICA 1 – Matematica

---

Prova Intermedia del 14-11-2011  
(Motivare sinteticamente tutte le risposte ai quesiti)

1. Un corpo di massa  $m = 2$  kg si trova su una guida rettilinea senza attrito inclinata di un angolo  $\alpha = 45^\circ.56$  rispetto al piano orizzontale, soggetto all'azione di una molla di costante elastica  $k$  fissata alla parte alta della guida. Il corpo si trova inizialmente fermo ad un'altezza  $h = 0,40$  m con la molla in posizione di riposo e scende verso il basso per effetto della forza peso. Calcolare il valore di  $k$  affinché esso raggiunga la base del piano con velocità nulla.
  2. Un corpo di massa  $m$  scorre lungo un binario rettilineo senza attrito soggetto ad una forza variabile nel tempo secondo la legge  $F = A t$  diretta parallelamente al binario. Ricavare l'espressione analitica per la velocità del corpo  $v(x)$  in funzione della sua posizione lungo il binario sapendo che al tempo  $t = 0$  la sua velocità è uguale a 0 ed esso si trova nell'origine.
  3. Un satellite artificiale descrive un'orbita circolare attorno alla Terra ad una distanza dal suo centro  $R_1 = 15\,000$  km e la sua energia meccanica totale è pari a  $E_1 = -1,30 \times 10^{10}$  J. Dopo aver acceso i motori di bordo, il satellite viene spostato su un'altra orbita circolare di raggio  $R_2 = 20\,000$  km. Calcolare il lavoro effettuato dai motori.
-

FISICA 1 MATEMATICI - Prof MASSIMO, DORE  
 Prova intermedia 14/11/2011

1) Agiscono solo forze conservative, energia meccanica si conserva

$$E_m = mgh = E_{fin} = \frac{1}{2} kx^2, \quad x = h/\sin \alpha$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2} k \frac{h^2}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow k = \frac{2 \cdot 2 \cdot 9,81 \text{ (con } 45,56^\circ)^2}{0,4} = 50 \text{ N/m}$$

n.b. il corpo scende lungo il piano, arriva in fondo, inverte la sua velocità (quindi velocità nulla), poi risale  $\Rightarrow$  imporre che la  $F$  risultante sia nulla (equilibrio statico) è sbagliato

n.b. lungo la discesa, la  $F$  agente non è costante

2)  $F = At \Rightarrow F = ma = At \Rightarrow$  moto accelerato con

$$a = (A/m)t \quad \left[ \text{n.b. } a \text{ non è costante, usare formule del moto uniformemente accelerato è sbagliato} \right]$$

$$\text{Poiché } a = dv/dt \Rightarrow v = \int a dt = \frac{1}{2} \frac{A}{m} t^2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{non è costante} \\ \downarrow \\ \text{BISOGNA} \\ \text{INTEGRARE} \end{array} \right\}$$

$$\text{Poiché } v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x = \int v dt = \frac{1}{6} \frac{A}{m} t^3$$

Per ricavare  $v(x)$  bisogna eliminare il tempo:

$$t = (6mx/A)^{1/3} \Rightarrow v(x) = \frac{1}{2} \frac{A}{m} \left( \frac{6mx}{A} \right)^{2/3} = \left( \frac{9A}{2m} x^2 \right)^{1/3}$$

3) Per il satellite in orbita circolare  $\left| \frac{GMm}{r^2} \right| = m v^2 / r \Rightarrow v^2 = GM/r$

$$\text{L'energia meccanica è } E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r} = K + U$$

I motori fanno lavoro, l'energia meccanica aumenta  $L = E_2 - E_1$   
 (n.b.  $L = \Delta E$ , non  $L = \Delta U$ )

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m GM/r = \frac{1}{2} \frac{GMm}{r} \Rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r}$$

$$E_1 \text{ è dato da: } E_1 = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{R_1} \Rightarrow \text{ricavo } \frac{GMm}{2} = -E_1 R_1 \text{ (moto)}$$

$$\Rightarrow L = -E_1 R_1 \left[ -\frac{1}{R_2} - \left( -\frac{1}{R_1} \right) \right] = -E_1 R_1 \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] \quad (\text{n.b. } E_1 < 0)$$

n.b.  $R_2 > R_1 \Rightarrow L > 0$  (lavoro positivo  $\Leftrightarrow E$  aumenta)

$$\Rightarrow L = + 3,25 \cdot 10^9 \text{ J}$$

n.b. essendoci un motore, questo equivale ad una  $F$  esterna che fa lavoro. Quindi, anche se si è in un campo conservativo, l'energia meccanica del satellite non si conserva (aumenta)