FISICA 1 – Matematica

Prova scritta del 14-02-2012

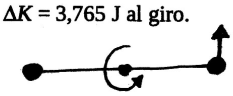
Motivare sinteticamente tutte le risposte ai quesiti e scrivere le formule risolutive

1.
Calcolare la massa massima che puo' avere un corpo per restare in equilibrio su una guida rettilinea, inclinata di un angolo $\alpha = 60^{o}$ rispetto al piano orizzontale, con coefficiente di attrito statico $\mu_S = 0{,}51$ e soggetto ad una forza $|\mathbf{F}| = 18{,}0$ N costante, parallela alla guida e diretta in verso opposto alla componente della forza peso lungo il piano.

2.
Una pallina di massa $m = 0{,}176$ kg si muove su un tavolo orizzontale di altezza $h = 1{,}00$ m e, raggiunto il bordo, cade da esso toccando il suolo in un punto che dista lungo la direzione orizzontale $x = 0{,}80$ m dal bordo del tavolo. Calcolare l' energia cinetica della pallina nell' istante un cui raggiunge il suolo (si trascuri la resistenza dell'aria).

3.
Un oscillatore armonico, formato da una molla di massa trascurabile e costante elastica k a cui e' attaccata una massa m, si muove lungo una guida orizzontale con coefficiente di attrito dinamico μ. Esso viene lasciato libero da una posizione iniziale $x_0 = 0{,}12$ m dal punto di equilibrio e raggiunge dalla parte opposta la posizione $x_1 = -0{,}10$ m. Calcolare la distanza massima x_2 che esso raggiunge dal punto di equilibrio al termine della prima oscillazione. (Si prenda il punto di equilibrio come origine delle coordinate).

4.
Due sfere di dimensioni molto piccole e uguale massa $m = 0{,}50$ kg sono collegate da un asta molto sottile e di massa trascurabile di lunghezza L e sono libere di ruotare attorno ad un asse verticale passante per il centro dell'asticella e perpendicolare ad essa. All'istante $t = 0$ l'asticella viene messa in rotazione a causa di un impulso $\mathcal{T} = 8$ Ns dato in direzione orizzontale ad una sola delle due masse. Calcolare il numero di giri N che fa l'asta prima di fermarsi se, a causa dell'attrito, la sua energia cinetica si riduce di $\Delta K = 3{,}765$ J al giro.



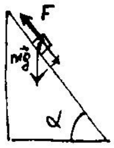
5.
Una mole di gas perfetto monoatomico compie una trasformazione adiabatica reversibile dallo stato A, alla temperatura $T_A = 450$ K e pressione P_A. Determinare la legge che descrive la variazione di energia interna ΔU in funzione del rapporto $x = P/P_A$ tra la pressione in uno stato generico nel corso della trasformazione e lo stato iniziale, calcolare il valore di ΔU per $x = 0{,}25$ e la corrispondente variazione di entropia ΔS del gas.

6.
Calcolare il rendimento di una macchina termica reversibile in cui un gas perfetto monoatomico compie il seguente ciclo tra gli stati A, B, C: una espansione isobara in cui il volume inizale si porta a $V_B = 3\ V_A$, una trasformazione isocora in cui la temperatura finale è uguale a quella dello stato iniziale $T_C = T_A$, una compressione isoterma che riporta la macchina dallo stato C allo stato A.

1

FISICA 1 - MATEMATICA
14 - 02 - 2012

1)

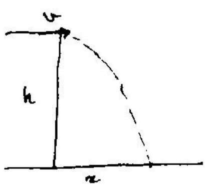


$$mg\sin\alpha - F \leq \mu_s m g \cos\alpha$$

$$mg(\sin\alpha - \mu_s\cos\alpha) \leq F$$

$$m \leq \frac{F}{g(\sin\alpha - \mu_s\cos\alpha)} = \frac{18}{9{,}81\left(\sqrt{3}/2 - 0{,}61\,\frac{1}{2}\right)} = 3{,}00 \text{ kg}$$

2)



$$\begin{cases} x = v_x t \\ h = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \qquad K = \frac{1}{2} m v_x^2 + mgh$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad v_x = x\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

$$K = mgh + \frac{1}{2} m x^2 \frac{g}{2h} = mg\left(h + \frac{x^2}{4h}\right)$$

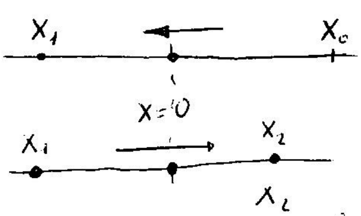
$$K = 0{,}176 \times 9{,}81 \left(1 + \frac{0{,}8^2}{4}\right) = 2{,}00 \text{ J}$$

3)
$$\begin{cases} \frac{1}{2} k x_0^2 - \frac{1}{2} k x_1^2 = \mu m g (x_0 - x_1) \\ \frac{1}{2} k x_1^2 - \frac{1}{2} k x_2^2 = \mu m g (x_2 - x_1) \end{cases} ; \quad \begin{cases} x_0 + x_1 = \frac{2\mu m g}{k} \\ x_1 + x_2 = -\frac{2\mu m g}{k} \end{cases}$$

$$\frac{x_0 + x_1}{x_1 + x_2} = -1 \;; \quad x_0 + x_1 = -x_1 - x_2 \;; \quad x_2 = -2x_1 - x_0$$

$$x_2 = -2(-0{,}10) - 0{,}12 = 0{,}20 - 0{,}12 = 0{,}08 \text{ m}$$

11. b.



prima fase: percorre distanza $(d_1 =) X_0 + |X_1|$

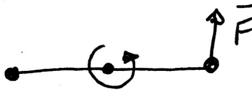
seconda fase: percorre distanza $(d_2 =) |X_1| + X_2$

In ognuna delle due fasi, perde energia causa attrito

4) Momento d'inerzia $I = 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2$

(<u>NON</u> è una sbarra)

Impulso di una $\vec F$ (impulsiva): $\vec\tau = \int \vec F\, dt$



$\vec F$ Rispetto all'asse di rotazione, la Forza ha momento $|\vec M| = F\frac{L}{2}$

Per la 2° Equaz cardinale $\vec M = \frac{d\vec J}{dt}$, $\vec J$: momento angolare

Nel problema, asse di rotazione è fisso,

[Nel problema, asse di rotazione è fisso, $\vec M$ e $\vec J$ sono vettori paralleli all'asse di rotazione, quindi vanno considerati solo le loro componenti lungo l'asse)

$\Rightarrow \int M\, dt = \Delta J = J_0$ $\begin{cases} J \text{ iniziale nullo, dopo impulso} \\ J = J_0 \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{L}{2}\int |\vec F|\, dt = \frac{L}{2}\tau = J_0$

$J = I\omega$, $K = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{J^2}{2I}$ $\Rightarrow K_0 = \frac{J_0^2}{2I}$ subito dopo impulso

$\Rightarrow K_0 = \left(\frac{L}{2}\tau\right)^2 \frac{1}{2\, 2m(L/2)^2} = \frac{\cancel{L^2}\tau^2}{4} \frac{1}{\cancel{4}m\frac{\cancel{L^2}}{\cancel{4}}} = \frac{\tau^2}{4m}$

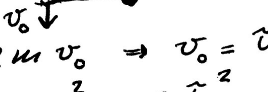
In ogni giro si perde energia ΔK fermarsi $= \frac{K_0}{\Delta K} = 8.5$ giri

$\Rightarrow N =$ numero di giri prima di

N.b. per un punto materiale di massa m e <u>libero</u> di muoversi $\vec\tau = \Delta\vec p = m\vec v_0 - m\vec v_{in} = \vec P_0 \Rightarrow \tau = P_0$

($\vec P_0$: quantità di moto subito dopo impulso)

Nel caso del problema:



v_0: <u>due</u> masse in moto con velocità v_0

$\Rightarrow \tau = m v_0 + m v_0 \Rightarrow \tau = 2m v_0 \Rightarrow v_0 = \tau/2m$

$\Rightarrow K_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} m v_0^2 = m v_0^2 = \cancel{m}\frac{\tau^2}{4m^{\cancel{2}}} = \frac{\tau^2}{4m}$

(N.B. procedimento <u>sbagliato</u> se la sbarra avesse massa)

5) $\Delta U = U - U_A = n C_V (T - T_A)$

in una adiabatica reversibile $\quad T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{costante}$

$$T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_A P_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad , \quad T = T_A \left(\frac{P}{P_A}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_A\, x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Delta U = n C_V \left(T_A\, x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_A\right)$$

$$\Delta U = n C_V T_A \left(x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$$

gas monoatomico $\quad \gamma = 5/3 \quad \gamma - 1 = 2/3 \quad \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{2}{5}$

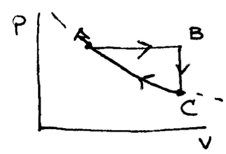
$n = 1 \quad C_V = \frac{3}{2} R$

$$\Delta U = \frac{3}{2} R\, 450 \left(x^{2/5} - 1\right) = -2{,}39 \; 10^3 \; J$$

n.b. ΔU deve essere < 0

$\Delta S = 0 \quad$ perché adiabatica reversibile

6)



$T_C = T_A$

$P_B = P_A$

$V_C = V_B$

$$T_B = \frac{P_A V_B}{n R} = T_A \frac{V_B}{V_A}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{BC} + Q_{CA}|}{Q_{AB}} \qquad L = \underbrace{Q_{AB}}_{\text{assorb.}} + \underbrace{Q_{BC} + Q_{CA}}_{\text{ceduto}}$$

$$|Q_{BC}| = n C_V (T_B - T_C)$$

$$Q_{AB} = n C_p (T_B - T_A)$$

$$|Q_{CA}| = n R T_A \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right)$$

$$\eta = 1 - \frac{\frac{3}{2}(T_B - T_C) + T_A \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right)}{\frac{5}{2}(T_B - T_A)} = 1 - \frac{\frac{3}{2} T_A \left(\frac{V_B}{V_A} - 1\right) + T_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}{\frac{5}{2} T_A \left(\frac{V_B}{V_A} - 1\right)}$$

$$\eta = 1 - \frac{\frac{3}{2}\left(\frac{V_B}{V_A} - 1\right) + \ln\left(V_B/V_A\right)}{5/2 \left(\frac{V_B}{V_A} - 1\right)} = 1 - \frac{1{,}5 \times 2 + \ln 3}{5} = 0{,}18$$