Fisica I C.L. Matematica – proff. P.Dore, E. Massaro
A.A. 2011-2012 - 11 luglio 2012
Motivare sinteticamente tutte le risposte ai quesiti e scrivere le formule risolutive

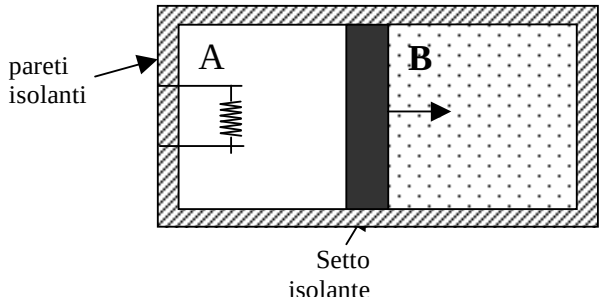
1) Al tempo t=0 vengono accesi i motori di un razzo giocattolo che, dalla superficie della terra al livello del mare, inizia a percorrere una traiettoria verticale con accelerazione costante $|\vec{a}| = 50 m/s^2$; trascorso un tempo $\Delta t = 2s$ dalla partenza, i motori vengono spenti. Calcolare il tempo in cui il razzo raggiunge la quota massima.

2) Un corpo è legato ad una fune inestensibile e di massa trascurabile, di lunghezza L; il corpo viene fatto ruotare lungo una circonferenza orizzontale, con la fune che forma un angolo α con la verticale. Calcolare il modulo della velocita' del corpo in funzione dell'angolo α e della lunghezza della fune.

3) Un corpo di massa m=1.2 kg possiede una velocita' iniziale v_0 =16 m/s. Esso si muove lungo un piano orizzontale coprendo una distanza d=1.0 m, poi sale lungo un piano inclinato di un angolo α = 30°. Sapendo che lungo tutto il percorso il corpo e' soggetto ad una forza di attrito dinamico con coefficiente μ= 0.12, calcolare in quanto tempo esso si ferma.

4) Due particelle con velocita' v_1 = 8.0 m/s e v_2 = -10.0 m/s dirette lungo la stessa retta, si scontrano in un urto elastico e dopo l'urto si muovono con velocita' uguali in modulo. Calcolare il modulo della velocita' finale delle particelle.

5) Un gas perfetto monoatomico a pressione p_0 è contenuto in un cilindro termicamente isolato munito di un pistone mobile senza attrito, anch'esso isolato termicamente. Inizialmente tutto il sistema e' in equilibrio, il pistone si trova al centro del cilindro ed in ciascuno scomparto del cilindro si trovano 6 moli di gas perfetto alla temperatura di 300K.
Riscaldando la parte sinistra del cilindro (con un opportuno sistema, ad esempio mediante una resistenza percorsa da corrente), il gas in A si scalda lentamente, espandendosi in maniera reversibile e comprimendo il gas contenuto nella parte destra fino ad una pressione $p_1=3p_0$.
Considerando il gas in B, calcolare il lavoro fatto nella sua compressione



6) Una macchina termica scambia calore con due sorgenti a temperature T_1=400 K e T_2=300 K. Utilizzando come fluido termodinamico n=9 moli di gas perfetto monoatomico, la macchina compie un ciclo irreversibile composto dalle seguenti trasformazioni:
- trasformazione isoterma reversibile, alla temperatura T_1 dal volume V_1=2.00 *l* al volume V_2=30.0 *l*;
- raffreddamento isocoro irreversibile fino alla temperatura T_2, realizzato ponendo il gas a contatto termico con la sorgente T_2;
- trasformazione isoterma reversibile, alla temperatura T_2, dal volume V_2 al volume V_1;
- una trasformazione isovolumica, adiabatica, irreversibile, realizzata eseguendo lavoro dall'esterno sul gas fino a chiudere il ciclo.
Si chiede di disegnare il grafico del ciclo nel piano di Clapeyron e di calcolare il rendimento della macchina termica.

SOLUZIONI

1) In una prima fase il moto del razzo è uniformemente accelerato, allo spegnimento dei motori la velocità del razzo sarà:

$$V_a = |\vec{a}|\Delta t$$

Da questo momento il moto è uniformente decelerato con velocità iniziale diversa da zero:

$$V_a - gt_b = 0 \Rightarrow t_b = \frac{V_a}{g} = \frac{|\vec{a}|\Delta t}{g}$$

$$T_{TOT} = \Delta t + t_b = \Delta t\left(\frac{|\vec{a}|}{g} + 1\right) \cong 12.2s$$

2)Scomponiamo le forze che agiscono sul corpo in direzione radiale e verticale:

$$\begin{cases} |\vec{\tau}|\cos(\alpha) = Mg \\ |\vec{\tau}|sen(\alpha) = \dfrac{M|\vec{V}|^2}{Lsen(\alpha)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} |\vec{\tau}| = \dfrac{Mg}{\cos(\alpha)} \\ \dfrac{Mg}{\cos(\alpha)}sen(\alpha) = \dfrac{M|\vec{V}|^2}{Lsen(\alpha)} \Rightarrow |\vec{V}| = \sqrt{Lg\dfrac{sen(\alpha)^2}{\cos(\alpha)}} \end{cases}$$

3)

$$\mu mgd = \frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{1}{2}mV_1^2$$

$$V_1 = \sqrt{V_0^2 - 2g\mu d}$$

$$\begin{cases} V_1 = V_0 - \mu g t_1 \\ 0 = V_1 - \left(gsen(\alpha) + \mu g\cos(\alpha)\right)t_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{V_0 - V_1}{\mu g} \\ t_2 = \dfrac{V_1}{g\left(sen(\alpha) + \mu\cos(\alpha)\right)} \end{cases}$$

$$T = t_1 + t_2 \cong 2.75s$$

4) Ricordiamo che si conserva il modulo della velocità relativa:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m_1V_1^2+\frac{1}{2}m_2V_2^2=\frac{1}{2}m_1V_1'^2+\frac{1}{2}m_2V_2'^2 \\ m_1V_1+m_2V_2=m_1V_1'+m_2V_2' \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1\left(V_1^2-V_1'^2\right)=m_2\left(V_2'^2-V_2^2\right) \\ m_1\left(V_1-V_1'\right)=m_2\left(V_2'-V_2\right) \end{cases}$$

$$\left(V_1+V_1'\right)=\left(V_2'+V_2\right)$$

$$\left(V_1-V_2\right)=\left(V_2'-V_1'\right)$$

Quindi, nel nostro caso specifico, otteniamo:

$$\left|V_1-V_2\right|=\left|V_2'-V_1'\right|=2\left|V'\right|$$

$$\left|V'\right|=\frac{\left|V_1-V_2\right|}{2}=9\,m/s$$

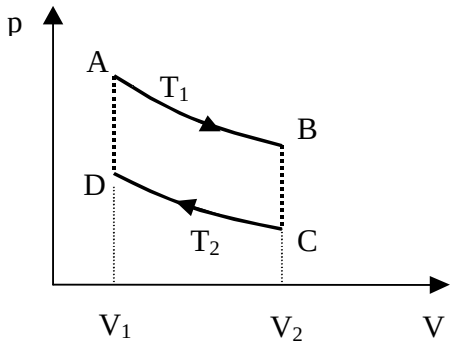
Soluzione esercizio 5

La trasformazione nello scomparto B e'adiabatica $P_0^{\,1-\gamma}T_0^{\gamma}=P_1^{\,1-\gamma}T_B^{\gamma}$; $(T_B/T_0)^{\gamma}=(P_0/P_1)^{1-\gamma}$. $T_B=T_0(P_0/P_1)^{(1-\gamma)/\gamma}=300\,(1/3)^{-0.4}=$ **465.6 K.**

(N.B. NON PUO' ESSERE ISOTERMA)

Il lavoro in una trasformazione adiabatica (Q=0 => L=-ΔU))è $L=-nc_v(T_B-T_0)=-3/2nR(T_B-T_0)=$ - **12391** J (n.b. il gas viene compresso => subisce lavoro => il lavoro e' negativo)

Soluzione esercizio 6



Per il calcolo del rendimento $\eta=\frac{L}{Q_{ass}}=\frac{Q_{ass}+Q_{ced}}{Q_{ass}}$ è necessario calcolare le quantità di calore scambiate lungo il ciclo.

- Trasformazione AB - Si tratta di un'isoterma reversibile di un gas perfetto a temp T_1:

$\Delta U_{AB}=0$ e $Q_{AB}=L_{AB}=n\,R\,T_1\ln(V_2/V_1)$; chiaramente $Q_{AB}=L_{AB}>0$.

- Trasformazione BC – E' una trasformazione isocora (L_{BC}= 0) irreversibile nella quale il gas è posto direttamente a contatto con la sorgente a temperatura T_2: $Q_{BC} = \Delta U_{BC} = n\, C_V\, (T_2\text{-}T_1) < 0$.

Trasformazione CD - Si tratta di un'isoterma reversibile di un gas perfetto a temp T_2: $\Delta U_{CD} = 0$ e $Q_{CD} = L_{CD} = n\, R\, T_2\, \ln (V_1/V_2)$; chiaramente $Q_{CD} = L_{CD} < 0$.

Tasformazione DA – E' una trasformazione a volume costante e adiabatica nella quale non viene scambiato calore (viene solo fatto del lavoro sul gas)

Ne segue: $Q_{ass} = Q_{AB} = n\, R\, T_1\, \ln (V_2/V_1)$

$$Q_{ced} = Q_{BC} + Q_{CD} = n\, C_V\, (T_2\text{-}T_1) + n\, R\, T_2\, \ln (V_1/V_2)$$

$$Q_{ass} + Q_{ced} = n\, R\, (T_1 - T_2) \ln (V_2/V_1) + n\, C_V\, (T_2\text{-}T_1)$$

Quindi: $$\eta = \frac{Q_{ass} + Q_{ced}}{Q_{ass}} = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)\left(1 - \frac{C_V}{R\ \ln (V_2/V_1)}\right) = 0.111.$$