

FISICA 1 – Matematica

Appello del 18-09-2012

(Motivare sinteticamente tutte le risposte ai quesiti)

1. Un corpo di massa $m = 2,0$ kg compie un moto periodico non uniforme lungo una traiettoria circolare di raggio $R = 1,6$ m, descritto dalla legge oraria $\theta(t) = \pi [\cos(\omega t)]^2$, con $\omega = 5$ rad/s. Calcolare la massima forza centripeta a cui esso è soggetto.
2. Un corpo di massa m è vincolato a muoversi lungo una guida rettilinea senza attrito, inclinata rispetto al piano orizzontale di un angolo α , che può essere fatto variare. Ad esso, inizialmente fermo alla base della guida, viene dato un impulso I , con direzione parallela alla guida, che fa salire il corpo lungo essa. Dopo aver percorso una distanza L esso incontra una molla di costante elastica k , e la comprime di un tratto Δx prima di fermarsi. Una volta trovato per quale valore di α la compressione Δx è massima ed avendone ricavato la formula, calcolare per quale altro valore di α la compressione risulta uguale a metà della compressione massima.
3. Un corpo di massa m_1 con velocità v_1 urta in modo completamente anelastico un altro corpo di massa m_2 , inizialmente fermo. Sapendo che dopo l'urto essi si muovono con velocità $v = f v_1$, con $f = 0,40$, calcolare il rapporto tra l'energia dissipata nell'urto e l'energia cinetica iniziale.
4. Una puleggia, rappresentata come un disco omogeneo, di raggio $R_1 = 0,12$ m è mantenuta in rotazione attorno al suo asse con un numero di giri al secondo costante e uguale a $N = 80$ s⁻¹. Essa aziona un'altra puleggia di massa $m_2 = 2,4$ kg, e raggio R_2 , libera di ruotare attorno ad un asse parallelo a quella della prima puleggia e privo di attriti, tramite una fune inestensibile che si muove senza slittare. Calcolare l'energia cinetica della seconda puleggia.
5. Un gas perfetto monoatomico compie un ciclo reversibile in verso orario formato da una trasformazione isoterma AB con $V_B = 5 V_A$, seguita da una trasformazione isobara BC e completato da una trasformazione isocora CA. Disegnare il ciclo nel piano di Clapeyron e calcolarne il rendimento.
6. Una mole di gas perfetto monoatomico compie un ciclo reversibile formato da una trasformazione isoterma AB con $V_B = 3 V_A$, seguita da una trasformazione isocora BC e completato da una trasformazione adiabatica CA. Calcolare la variazione di entropia ΔS_{BC} nella trasformazione isocora.

Soluzioni esercizi Fisica 1 del 18/9/2012

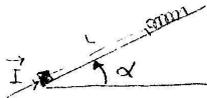
$$1) \quad \varphi(t) = \pi [\cos(\omega t)]^2$$

$$\dot{\varphi}(t) = -2\pi \omega \sin(\omega t) \cos(\omega t) = -\pi \omega \sin(2\omega t)$$

$$\dot{\varphi}_{\max} = \pi \omega$$

$$|\dot{\varphi}_{\max}| = R \dot{\varphi}_{\max} \quad ; \quad F_{c, \max} = m \frac{v_{\max}^2}{R} = m R (\pi \omega)^2 = 789,6 \text{ N}$$

2)



$$K_0 = \frac{1}{2} \frac{I^2}{m}$$

$$\frac{1}{2} \frac{I^2}{m} = mg(L + \Delta x) \sin \alpha + \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

$$(\Delta x)_{\max} \quad \text{per } \alpha = 0$$

$$(\Delta x)_{\max} = I \frac{1}{10k}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} (\Delta x)_{\max} = \frac{I}{2 \cdot 10k}$$

$$\frac{I^2}{2m} = mg \left(L + \frac{I}{2\sqrt{mk}} \right) \sin(\alpha) + \frac{I^2}{8m}$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) \frac{I^2}{m} = mg \left(L + \frac{I}{2\sqrt{mk}} \right) \sin(\alpha)$$

$$\frac{3I^2}{8m} = mg \left(L + \frac{I}{2\sqrt{mk}} \right) \sin(\alpha)$$

$$\sin(\alpha) = \frac{3I^2}{8m^2 g \left(L + \frac{I}{2\sqrt{mk}} \right)}$$

$$3) \quad m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v = (m_1 + m_2) f v_1$$

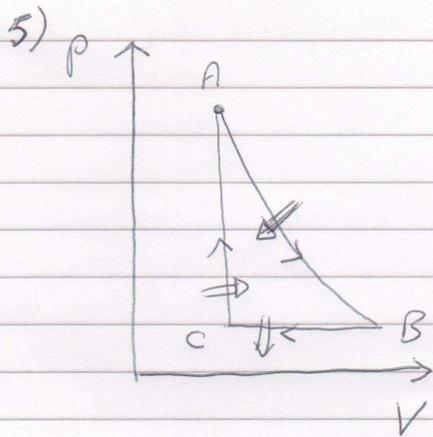
$$E_{\text{diss}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2$$

$$\frac{E_{\text{diss}}}{K_{\text{in}}} = 1 - \frac{m_1 + m_2}{m_1} \frac{v^2}{v_1^2} = 1 - \frac{1}{f} f^2 = 1 - f = 0,60$$

$$4) \quad K_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$$

$$\omega_2 R_2 = \omega_1 R_1 = 2\pi R_1 N$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m_2 R_2^2 \right) 4\pi^2 N^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} = \pi^2 N^2 m_2 R_1^2 = 2183 \text{ J}$$



AB: isoterma, $V_B = 5V_A$

$$T_B = T_A = T_0 \quad P_B = P_C$$

$$\left. \begin{array}{l} P_B V_B = nRT_B \\ P_C V_C = nRT_C \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_B}{T_C} = \frac{P_B V_B}{P_C V_C} = 5$$

$$\Rightarrow T_C = T_0/5$$

$Q_{AB} > 0$, $Q_{CA} > 0$: in AB e CA calore entra

$Q_{BC} < 0$: in BC calore esce

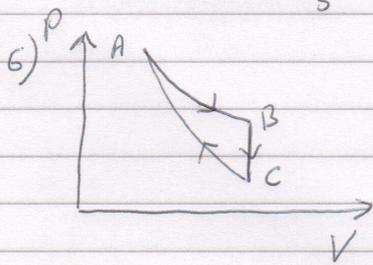
$$Q_{AB} = nRT_0 \ln \frac{V_B}{V_A} = nRT_0 \ln 5$$

$$Q_{BC} = nC_p (T_C - T_B) \Rightarrow |Q_{BC}| = \left| nR \frac{5}{2} (T_0/5 - T_0) \right|$$

$$Q_{CA} = nC_v (T_A - T_C) = n \frac{3}{2} R (T_0 - T_0/5)$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{BC}|}{Q_{AB} + Q_{CA}} = 1 - \frac{\left| nR \frac{5}{2} \frac{4}{5} T_0 \right|}{nRT_0 \ln 5 + nR \frac{3}{2} \frac{4}{5} T_0} =$$

$$= 1 - \frac{2}{\ln 5 + \frac{6}{5}} \approx 0.29$$



$$\Delta S_{\text{ciclo}} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA} = 0$$

$$\Delta S_{CA} = 0 \text{ (adiab. reversibile)}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{BC} = -\Delta S_{AB}$$

$$\text{Per isoterma AB: } \Delta S_{AB} = nR \ln \frac{V_B}{V_A} > 0$$

$$\Rightarrow \Delta S_{BC} = -R \ln 3 \text{ (n.b. } \Delta S_{BC} \text{ deve essere } < 0)$$