Fisica 1 Matematici – Prof E.Massaro, P.Dore A.A. 2012-2013

2° Esonero – 25 gennaio 2013

Esercizio 1

Un’asta sottile di massa M e lunghezza L=10 cm con estremi A e B, e’ vincolata nell'estremo A ad un perno orizzontale in modo da poter ruotare senza attrito in un piano verticale. Inizialmente l’asta e’ ferma in una posizione di equilibrio instabile, con il punto B in alto. Se l’asta viene lasciata cadere dalla posizione iniziale, determinare la velocita’ del estremo B nell'istante in cui l’asta passa per la posizione verticale di equilibrio stabile.

Esercizio 2

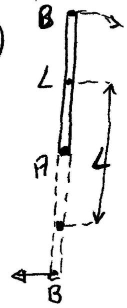
Un gas perfetto biatomico inizialmente in uno stato con $V_0 = 4\ 10^{-3}\ m^3$ e $P_0 = 8\ 10^4$ Pa, effettua una prima trasformazione reversibile isoterma in cui la pressione raddoppia, seguita da una adiabatica reversibile con cui raggiunge il volume finale $V_f = 10^{-3}\ m^3$. Disegnare le trasformazioni del gas nel piano di Clapeyron e determinare la variazione di energia interna del gas in queste trasformazioni.

Esercizio 3

Un gas perfetto monoatomico, inizialmente in equilibrio nello stato A, esegue una trasformazione a volume costante in cui viene messo a contatto con una sorgente alla temperatura $T_B = 500$ K fin quando non raggiunge l'equilibrio. In questa trasformazione l’entropia del gas aumenta di $\Delta S_{AB} = 3$ J/K. Il gas viene poi riportato alla pressione iniziale con una trasformazione isoterma reversibile che lo porta nello stato C. Disegnare le trasformazioni del gas nel piano di Clapeyron e calcolare il lavoro compiuto dal gas nel passaggio dallo stato A allo stato C.

Soluzioni esercizi 2° esonero Fisica 1
25 gennaio 2013

Es 1)



Inizialmente $E_{in} = Mg\frac{L}{2}$

(prendendo come quota ∅ la posizione di A, la ~~massa~~ massa M è concentrata nel baricentro alla quota L/2)

Nella posizione finale, il baricentro è sceso di L (in $-L/2$) e l'asta ruota con energia cinetica $\frac{1}{2}I\omega^2$

$$\Rightarrow E_{fin} = \frac{1}{2}I\omega^2 - Mg\frac{L}{2}$$

Non c'è attrito $\Rightarrow Mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}I\omega^2 - Mg\frac{L}{2}$

$I = \frac{1}{3}ML^2$ momento d'inerzia

$$\Rightarrow \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{6}\cancel{M}L^2\omega^2 = \cancel{M}gL \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{6g}{L}}$$

Il punto B ha velocità $v = \omega L = \sqrt{6gL}$

$L = 10$ cm $\Rightarrow v \simeq 2.42$ m/s

)

2) $\Delta U = n C_v \Delta T$ $\qquad$ ΔT solo nella adiabatica

$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} = T_0 V_1^{\gamma-1}$ $\qquad$ $V_1 = V_0/2$

$T_2 = T_0 \left(\frac{V_0}{2V_2}\right)^{\gamma-1}$

$\Delta U = nC_v(T_2 - T_0) = n C_v T_0 \left[\left(\frac{V_0}{2V_2}\right)^{\gamma-1} - 1\right]$ $\qquad$ $\gamma - 1 = \frac{2}{5}$

$C_v = (5/2)R$

$T_0 = P_0V_0/nR$ $\qquad$ $\Delta U = \frac{5}{2}P_0V_0\left[\left(\frac{4}{2}\right)^{2/5} - 1\right] = \frac{5}{2}P_0V_0\left(2^{2/5} - 1\right)$

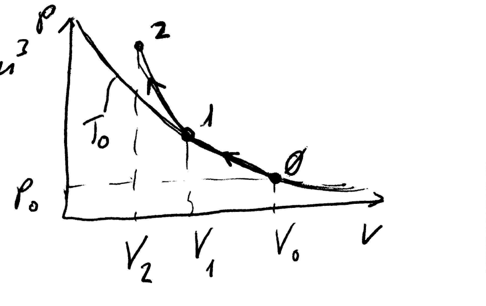
$\Delta U = 800 \cdot 0{,}3195 = 255{,}6$ J

n.b. ~~dopo~~ isoterma, $V_1 = V_0/2$: è compressione

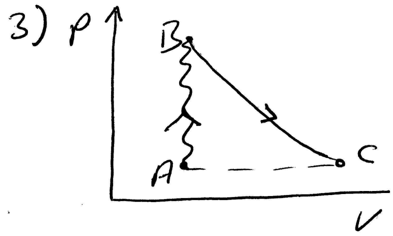
$V_1 = 2\,10^{-3}\,m^3$

Dopo adiabatica $V_2 = 10^{-3}\,m^3$

$\Rightarrow$ anche adiabatica è compressione



3)



La A → B è irreversibile

il $(\Delta S)_{AB} = n c_v \ln(T_B/T_A)$

n.b. $(\Delta S)_{AB}$ calcolabile lungo la A → B isocora reversibile

$\Rightarrow T_B/T_A = \exp(\Delta S_{AB}/n c_v)$

Lavoro A → B → C = $\cancel{L_{AB}} + n R T_B \ln(V_C/V_B)$

(n.b. L nullo nella isocora, solo nella isoterma)

Il gas è perfetto: $pV = nRT \Rightarrow V_B/V_C = (P_C/T_C)(T_B/P_B)$

$\Rightarrow V_B/V_C = P_C/P_B = P_A/P_B$ (n.b. $P_C = P_A$)

$P_A/P_B = T_A/T_B \Rightarrow \boxed{T_B/T_A = P_B/P_A = \frac{V_C}{V_B}}$

$\Rightarrow L = n R T_B \ln(T_B/T_A) = n R T_B \ln[\exp(\Delta S_{AB}/n c_v)]$

$\Rightarrow L = \cancel{n} R T_B \frac{\Delta S_{AB}}{\cancel{n} c_v} = \cancel{R} T_B \frac{\Delta S}{3/2 \cancel{R}} = T_B \frac{2}{3} \Delta S = 1000\,J$

----

oppure $\Delta S_{AB} = n c_v \ln T_B/T_A$ $\quad L = n R T_B \ln V_C/V_B$

$\Rightarrow \frac{\Delta S_{AB}}{L} = \frac{\cancel{n} c_v}{\cancel{n} R T_B} \frac{\cancel{\ln(T_B/T_A)}}{\cancel{\ln(V_C/V_B)}}$ $\quad (T_B/T_A) = (V_C/V_B)$

$\Rightarrow L = R T_B \Delta S_{AB}/c_v$