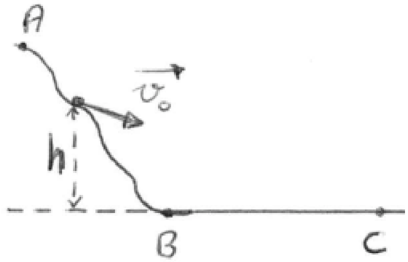
Fisica 1 Matematici – Prof E.Massaro, P.Dore A.A. 2012-2013
Scritto 6 Febbraio 2013

1) Un corpo di massa m si muove lungo una retta x soggetto ad una forza $F(t) = -2\alpha t$ (con $\alpha > 0$). All'istante iniziale t=0 il corpo si trova nell'origine x_0= 0.0 m con velocita' v_0= 9.0 m/s. Calcolare il valore massimo della coordinata x_m che esso raggiunge il funzione del rapporto m/α.

2) La guida ABC e' costituita da un tratto curvilineo AB e da un tratto rettilineo orizzontale BC. Nel tratto AB non c'e' attrito, mentre nel tratto BC agisce un attrito dinamico con μ_d=0.2. Inizialmente, un corpo scende lungo la guida e passa alla quota h=1.49 m con velocita' v_0= 3.16 m/s. Calcolare la distanza d percorsa dal corpo nel tratto BC prima di fermarsi.



3) Una pallina di massa m=0.2 Kg e velocita' iniziale v_0= 0.8 m/s, in moto senza attrito lungo una guida orizzontale, urta in modo completamente anelastico un'altra pallina della stessa massa ferma sulla stessa guida. Successivamente il sistema delle due palline ha un altro urto anelastico contro una parete fissa in cui viene dissipata una frazione f=0.4 dell'energia cinetica residua dopo il primo urto. Calcolare l'energia complessivamente dissipata nei due urti.

4) Una trave rigida e omogenea di massa M = 10.0 kg e lunghezza L = 2.0 m e' appoggiata alle sue estremita' su due molle di costante elastica k_1 = 600 N/m e k_2 = 400 N/m. Calcolare la massa m di un corpo da collocare sulla trave alla distanza x = 0.40 m dalla molla di costante k_1 affinche' la trave sia in posizione di equilibrio perfettamente orizzontale, in cui cioe' le molle sono compresse della stessa quantita' Δy.

5) Un recipiente di volume contiene n=0.2 moli di gas perfetto biatomico alla pressione inizale P= 2.0 10^5 Pa e volume iniziale V= 8.0 10^{-3} m^3. Calcolare la variazione dell'energia cinetica rotazionale media delle singole molecole quando il gas compie una trasformazione adiabatica reversibile in cui il volume si riduce alla meta' di quello iniziale.

6) Un recipiente a pareti termicamente isolanti e rigide e' diviso in due parti separate da un setto fisso e rigido con alta conducibilita' termica. Una parte contiene un numero di moli n_1= 4.0 di gas perfetto monoatomico e l'altra parte n_2 = 2.0 moli di gas perfetto biatomico, inizialmente alla temperatura T_0 = 400.0 K. Calcolare la variazione della entropia totale quando si fornisce al sistema una quantita' di calore Q = 12804.0 J.

Es. 1) moto unidimensionale

$$a = \frac{F(t)}{m} = -2\frac{\alpha}{m} t$$

$$\frac{dv}{dt} = -2\frac{\alpha}{m} t \qquad v(t) = v_0 - \frac{\alpha}{m} t^2$$

$$\frac{dx}{dt} = v_0 - \frac{\alpha}{m} t^2 \qquad x(t) = v_0 t - \frac{\alpha}{3m} t^3$$

Il corpo raggiunge la massima distanza x_m quando $v = 0$ cioè all'istante

$$t = \sqrt{\frac{v_0}{(\alpha/m)}} \qquad \text{quindi}$$

$$x_m = v_0 \sqrt{\frac{v_0}{(\alpha/m)}} - \frac{1}{3}\frac{\alpha}{m}\left(\frac{v_0}{(\alpha/m)}\right)^{3/2} = \sqrt{\frac{v_0}{\alpha/m}}\left(v_0 - \frac{1}{3}v_0\right)$$

$$x_m = \frac{2}{3} v_0 \sqrt{\frac{v_0}{\alpha/m}} = \frac{2}{3} 9 \sqrt{\frac{9}{\alpha/m}} = \frac{18}{\sqrt{\alpha/m}}$$

2) $E_{iniziale} = \frac{1}{2} m v_0^2 + mgh \qquad E_{finale} = \emptyset$

$\Delta E = E_{in} - E_{fin} = |\text{Lavoro forza di attrito}|$

$\Rightarrow \Delta E = \mu m g d / \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m} v_0^2 + \cancel{m} g h = \mu \cancel{m} g d$

$\Rightarrow d = \frac{\cancel{g} h}{\mu \cancel{g}} + \frac{v_0^2/2}{\mu g} \simeq 10\,m \quad (\mu_d = 0.2,\ h = 1.69\,m,\ v_0 = 3.16\,m/s)$

Es. 3) primo urto $\quad K_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 \qquad 6{,}4\ 10^{-2}\,J$

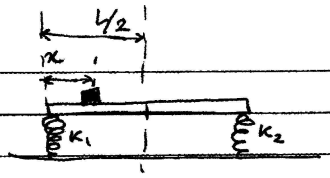
velocità del c.m. $\frac{v_0}{2} \qquad K_1 = \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} m v_0^2 \qquad 3{,}2\,10^{-2}\,J$

secondo urto $\qquad$ en. dissipata $= f\,K_1 = 0{,}4\,K_1$
$= 0{,}1\ m v_0^2$

en. dissipata totale $\qquad |\Delta K| = \frac{1}{4} m v_0^2 + \frac{1}{10} m v_0^2$

$$|\Delta K| = \frac{7}{20} m_0 v_0^2 = 4{,}48\ 10^{-2}\,J$$

4)



$k_1 = 600 \ N/m$

$k_2 = 400 \ N/m$

$$\begin{cases} (k_1+k_2)\,\Delta y = (M+m)\,g & \text{equilibrio forze} \\ \left(m x + M\frac{L}{2}\right) g = k_2\,\Delta y\,L & \text{equilibrio momenti} \end{cases}$$

$$m = \frac{1}{x}\left(k_2 L \frac{\Delta y}{g} - M\frac{L}{2}\right) \qquad \frac{\Delta y}{g} = \frac{M+m}{k_1+k_2}$$

$$m = \frac{L}{x}\left[\frac{k_2}{k_1+k_2}(M+m) - \frac{M}{2}\right]$$

$$m\left(1 - \frac{k_2}{k_1+k_2}\frac{L}{x}\right) = \frac{ML}{x}\left(\frac{k_2}{k_1+k_2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$m = M\frac{L}{2x}\frac{\frac{k_2-k_1}{k_1+k_2}}{\left(1-\frac{k_2}{k_1+k_2}\frac{L}{x}\right)} = M\frac{L}{2x}\frac{k_2-k_1}{\left(k_1+k_2\left(1-\frac{L}{x}\right)\right)}$$

$$m = 10\,\frac{2}{2\times 0.4}\,\frac{-200}{600+400\left(1-\frac{2}{0.4}\right)} = 25\,\frac{-200}{600+400\times(-4)} =$$

$$= 25\,\frac{-200}{-1000} = 5 \text{ Kg}$$

Es 5)

$$\langle \Delta K_{rot} \rangle = 2\left(\frac{1}{2}\right) k_B \, \Delta T$$

$$T V^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} \qquad T = T_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma-1} = T_0 \, 2^{\gamma-1}$$

$$T - T_0 = T_0 \left(2^{\gamma-1} - 1\right) \qquad \gamma = \frac{7}{5} \qquad \gamma - 1 = \frac{2}{5}$$

$$\langle \Delta K_{rot} \rangle = k_B \frac{P_0 V_0}{n R} \left(2^{2/5} - 1\right)$$

$$= 1{,}38\ 10^{-23} \ \frac{2\ 10^5 \quad 8\ 10^{-3}}{0{,}2 \quad 8{,}314} \left(2^{2/5} - 1\right) = 1{,}33\ 10^{-20} \cdot 0{,}319$$

$$= 4{,}24\ 10^{-21}\ J$$

n.b. T_0=962 K , T=1270 K

6) Trasformazioni isocore $T_i \rightarrow T_f$

$$Q = \mathbb{C}\, \Delta T \qquad \mathbb{C} = n_1 (C_v)_1 + n_2 (C_v)_2 \quad \text{capacità termica Totale}$$

$$dS = \frac{\mathbb{C}\, dT}{T}$$

$$\Delta S = \mathbb{C} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) \qquad T_f = T_i + \frac{Q}{\mathbb{C}}$$

$$\frac{T_f}{T_i} = 1 + \frac{Q}{\mathbb{C}\, T_i} =$$

$$\Delta S = \left(n_1 (C_v)_1 + n_2 (C_v)_2\right) \ln\left(1 + \frac{Q}{T_i \left(n_1 (C_v)_1 + n_2 (C_v)_2\right)}\right)$$

$$= \left(4\,\frac{3}{2} + 2\,\frac{5}{2}\right) R \ \ln\left(1 + \frac{12\,804}{400\, R} \ \frac{1}{4\frac{3}{2} + 2\frac{5}{2}}\right)$$

$$= 11\, R \ \ln\left(1 + 0{,}35\right) = 27{,}45 \ J/K$$

n.b. T_i= 400 K , T_f= 540 K