

Fisica 1 Matematici – Prof E.Massarò, P.Dore A.A. 2012-2013
Scritto 18 Giugno 2013

1) Una slitta scende su un percorso rettilineo con una pendenza costante di $\theta = 11,3^\circ$ con velocità costante $v_0 = 10,0$ m/s a causa della presenza di un attrito con coefficiente μ_0 . All'istante $t=0$ il guidatore si accorge della presenza di un ostacolo quando questo è alla distanza $d=30,0$ m dalla slitta. Il guidatore inizia una frenata, schematizzabile con un aumento del coefficiente di attrito da μ_0 a $\mu_1=4\mu_0$ a partire dal tempo $t_0= 1$ sec. Determinare lo spazio percorso dalla slitta a partire da $t=0$ prima di fermarsi e quindi se la slitta urta l'ostacolo.

2) Un corpo di massa $m=0,5$ Kg collegato ad una molla di costante elastica k è libero di muoversi nella direzione x su un piano orizzontale senza attrito. Quando il corpo è spostato dalla posizione di equilibrio di $\Delta x = 1$ cm, l'energia potenziale varia di $\Delta U=0,25$ J. Calcolare il periodo del moto armonico che il corpo compie.

3) Un corpo di massa $m=0,5$ Kg compie un moto unidimensionale sotto l'azione di una forza che dipende dalla posizione x secondo la legge $F(x) = (-6x^2 + 2x)$ N (con x in metri). Sapendo che a $t=0$ il corpo passa per l'origine $x=0$ con velocità $v_0=2,0$ m/s, calcolare la sua energia cinetica in funzione di x ed il valore della coordinata x_i in cui il corpo inverte la direzione del suo moto.

4) Un'asta di legno, sottile ed omogenea, di massa $M=1,5$ Kg e lunghezza $L=1,0$ m ha una estremità fissata ad un perno che le permette ruotare senza attrito in un piano orizzontale. L'asta, inizialmente ferma, è colpita da un proiettile di massa $m=0,010$ Kg, che si muove parallelamente al piano con velocità $v_1=200$ m/s, in direzione perpendicolare all'asta. Il proiettile colpisce l'estremo libero dell'asta e successivamente continua a muoversi senza cambiare direzione con velocità $v_2=120$ m/s avendo asportato una quantità trascurabile di legno. Calcolare la velocità angolare dell'asta dopo l'urto.

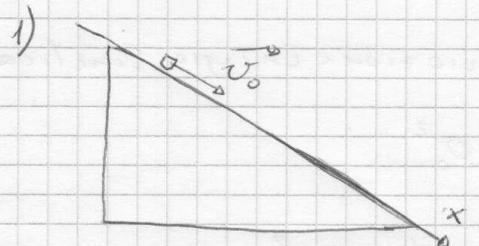
5) Un proiettile di massa m è sparato con velocità v_1 contro un blocco di ghiaccio di massa M inizialmente in quiete e libero di muoversi su un piano orizzontale senza attrito. Si osserva che il blocco di ghiaccio si mette in moto con il proiettile bloccato al suo interno, e che una massa m_f di ghiaccio si è fusa. Calcolare m_f .

($m=0,200$ Kg, $v_1=150$ m/s, $M=5,0$ Kg, calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda_f=333,5$ KJ/Kg)

6) Una macchina termica funziona con un ciclo di Carnot irreversibile in cui scambia calore con una sorgente a $T_c=300$ K ed una a $T_f=150$ K. Il rendimento della macchina è $\eta=0,2$ e in un ciclo la variazione di entropia dell'ambiente (unicamente costituito dalle due sorgenti) è $\Delta S= 1,0$ J/K. Calcolare il calore Q_f che la macchina termica scambia in un ciclo con la sorgente a temperatura inferiore.

1)

1)



Lungo il piano inclinato
 $\vec{v}_0 = \text{cost} \Rightarrow$
 $mg \sin \theta - \mu_0 mg \cos \theta = 0$
 $\Rightarrow \mu_0 = \tan \theta = 0.2 \quad (\Rightarrow \mu_1 = 0.8)$

$\theta = 11.2^\circ$: $\tan \theta = 0.2$, $\sin \theta = 0.196$, $\cos \theta = 0.981$

Fra $t = 0$ e $t_0 = 1 \text{ sec}$ la slitta percorre $d_0 = v_0 t_0 = 10 \text{ m}$

Poi inizia la frenata con $a_x = g \sin \theta - \mu_1 g \cos \theta$
 $\Rightarrow a_x = 9.8(0.196 - 0.8 \cdot 0.981) \text{ m/s}^2 = -5.77 \text{ m/s}^2$

Durante la frenata la slitta percorre la distanza d_1 prima di fermarsi (quando $v_1 = 0$)
 $v_1^2 = v_0^2 - 2|a|d_1 \Rightarrow d_1 = v_0^2 / 2|a| \approx 8.7 \text{ m}$
 \Rightarrow in totale la slitta percorre $d = d_0 + d_1 = 18.7 \text{ m}$
 \Rightarrow la slitta non urta l'ostacolo

2)

Quando la molla è spostata dalla posizione di equilibrio di Δx , l'energia potenziale varia di $\Delta U = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 \Rightarrow k = 2\Delta U / (\Delta x)^2$

La frequenza del moto armonico è $\omega = \sqrt{k/m}$

\Rightarrow il periodo T è: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m (\Delta x)^2}{2\Delta U}} = 2\pi (\Delta x) \sqrt{m / 2\Delta U} = 0.0628 \text{ s}$

3)

Lavoro fatto dalla $F(x)$ = variazione Energia Cinetica =

$$\Rightarrow \int_0^x F(x) dx = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\frac{1}{2} m v(x)^2 = K(x) = \int_0^x F(x) dx + \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\Rightarrow K(x) = \int_0^x [-6x^2 + 2x] dx + \frac{1}{2} m v_0^2 =$$

$$= -2x^3 + x^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - 4\right) = -2x^3 + x^2 + 1$$

$$\Rightarrow K(x) = 1 + x^2 - 2x^3$$

Quando il corpo inverte la direzione del moto

$$\text{si ha } v=0 \Rightarrow K(x) = 0 \Rightarrow 1 + x_i^2 - 2x_i^3 = 0 \Rightarrow x_i = 1 \text{ m}$$

4)

Considerando momenti delle quantità di moto rispetto al centro di rotazione:

$$\text{per l'aste } \Delta J = I \Delta \omega = I(\omega) \quad (\omega_{in} = 0)$$

$$\text{per proiettile } \Delta J = m(v_2 - v_1) L$$

$$\Rightarrow I\omega = L m (v_2 - v_1) \quad \text{con } I = \frac{1}{3} ML^2$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{3}{ML} \Delta m (v_2 - v_1) = \frac{3m(v_2 - v_1)}{ML} = 1.6 \text{ rad/s}$$

5)

Urto completamente anelastico:

$$m v_1 = (M+m) v_2 \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{m}{m+M} = 5.17 \text{ m/s}$$

Perdita di energia:

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} (M+m) v_2^2 = 2163.7 \text{ J}$$

Energia persa \Rightarrow calore Q che fonde ghiaccio

$$Q = \frac{2163.7 \text{ J}}{4.18 \text{ J/cal}} \approx 517 \text{ cal} \Rightarrow m_f = \frac{Q}{\lambda} \approx 6.5 \text{ g}$$

6)

In generale $\eta = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_h|} \Rightarrow 1 - \eta = \bar{\eta} = \frac{|Q_c|}{|Q_h|}$

la sorgente calda cede $|Q_c|$ alla ~~macchina~~ macchina,
 la sorgente fredda assorbe $|Q_f|$ dalla macchina

$$\Delta S = \Delta S_{\text{sorg } T_c} + \Delta S_{\text{sorg } T_f} = -\frac{|Q_c|}{T_c} + \frac{|Q_f|}{T_f}$$

$$\text{Con } \bar{\eta} = \frac{|Q_c|}{|Q_h|} \Rightarrow |Q_c| = |Q_h| / \bar{\eta} \Rightarrow \Delta S = -\frac{|Q_h|}{\bar{\eta} T_c} + \frac{|Q_h|}{T_f}$$

$$\Rightarrow \Delta S = |Q_h| \left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{\bar{\eta} T_c} \right) \Rightarrow |Q_h| = \Delta S / \left(\frac{1}{\bar{\eta} T_c} - \frac{1}{T_f} \right)$$

$$\Rightarrow Q_f = -400 \text{ J (n.b. } |Q_f| \text{ ceduto a sorgente a } T_f)$$