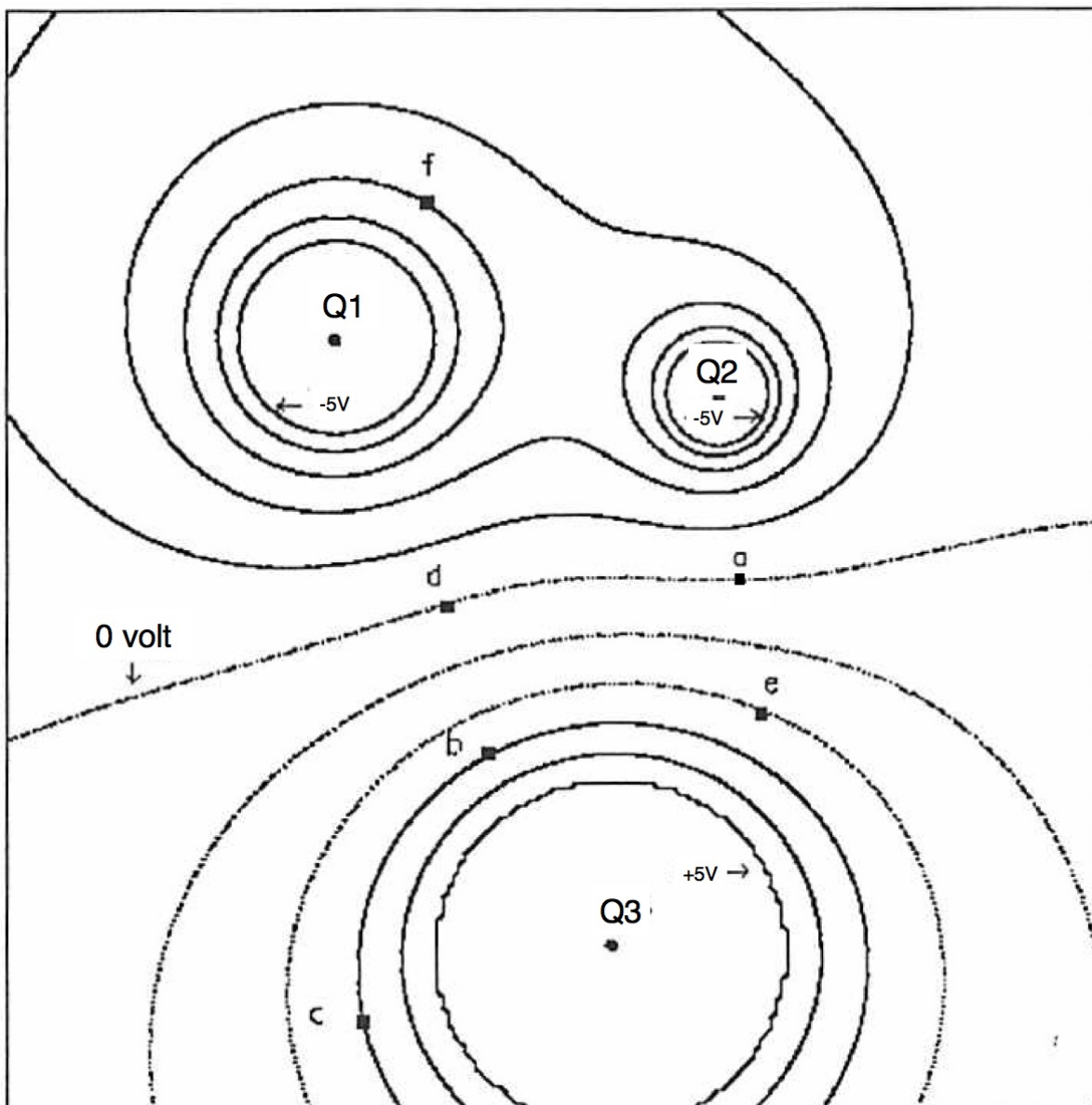


II -Potenziale elettrico, energia, dipoli, campi

September 26, 2018

1 Proprietà superfici equipotenziale



Considerate 3 cariche puntuali Q_1 , Q_2 , Q_3 . Le linee equipotenziali della figura corrispondono a valori interi del potenziale compresi fra +5 e -5 V (i valori estremi sono indicati nella figura).

1. Precisate il segno delle 3 cariche.

2. Quale è la carica più grande in valore assoluto.
3. Se piazziamo un protone sul punto a , qual'è la forza che si esercita su di lui?
4. Disegnate con una freccia i campi elettrici ai punti b , c , d . Comparete l'intensità del campo fra il punto b e c . Comparete l'intensità del campo fra il punto b e d .
5. Calcolate il lavoro che bisogna fare per trasportare una carica $q = -0.4 \times 10^{-12}$ da e a f .

2 Potenziale di un disco uniformemente carico

Un disco di spessore trascurabile e di raggio R cm porta una carica q uniformemente distribuita.

1. Usando l'equazione che lega potenziale alla carica elettrica, calcolare il potenziale sull'asse del disco.
2. A partire dal potenziale determinate il campo elettrico sull'asse del disco. Comparete l'espressione ottenuta con quella calcolata nella sessione di esercizi precedenti.

3 Potenziale delle due distribuzioni volumetriche già considerate ed energia di creazione

Considerate le due distribuzioni di carica studiate negli esercizi 8 (modello di nucleo) e 9 (distribuzione di una buccia piana uniforme di carica) del primo foglio di esercizi. Utilizzando il campo elettrico trovato risolvendo gli esercizi del primo foglio, calcolate, per i due sistemi, il potenziale $V(\mathbf{r})$ in tutto lo spazio. Per il modello di nucleo usate la convenzione standard, in cui il potenziale all'infinito è fissato a zero. Tale convenzione non può essere usata con la buccia piana, spiegate perchè. Per la buccia piana, fissate a zero il potenziale al centro della distribuzione. Calcolate infine l'energia necessaria per creare la distribuzione di carica del modello di nucleo.

4 Potenziale per una distribuzione volumetrica di carica

Considerate due sfere, la prima di raggio $2a$ e la seconda di raggio a . La distanza fra i centri delle due sfere è a . Lo spazio fra le due superfici sferiche è riempito da una distribuzione di carica uniforme D . Calcolate il potenziale elettrico sui due centri delle sfere.

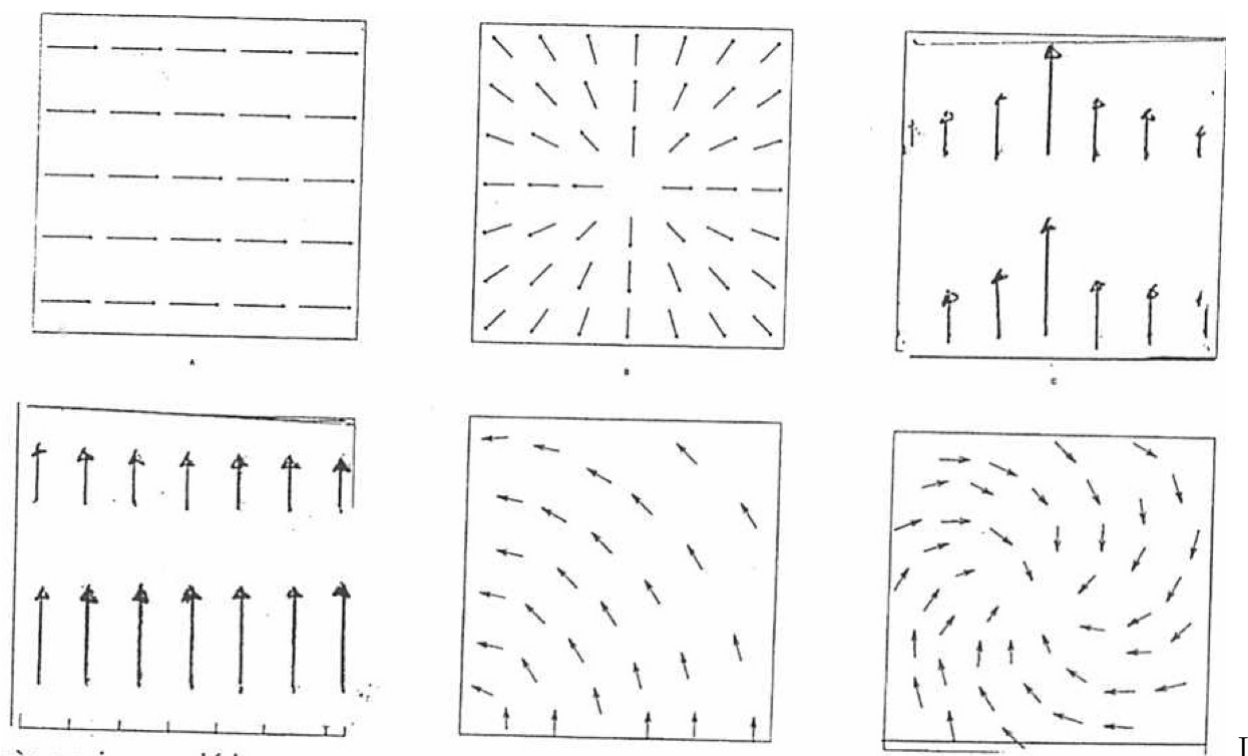
5 Energia di interazione fra due molecole d'acqua (in approssimazione dipolare)

La molecola d'acqua ha un momento dipolare \mathbf{d} , $d = 6 \times 10^{-30}$ Cm.

1. La molecola potrebbe essere lineare?

2. Schematizzando la molecola con due cariche elettriche puntiformi $+q$ sugli H e $-2q$ sull'O, considerando l'angolo HOH uguale a 104° e le distanze OH uguali a 0.96 \AA . Disegnate la molecola e indicate sul disegno l'orientazione del vettore \mathbf{d} . Dite se è possibile comparare la lunghezza del vettore \mathbf{d} con la dimensione della molecola. Calcolate q in unità della carica dell'elettrone.
3. In approssimazione di campo dipolare calcolate l'energia di interazione fra due molecole di H_2O (rappresentate come dipoli ideali) distanti fra loro 3 \AA (distanza tipica fra gli ossigeni di due molecole adiacenti nel ghiaccio o nell'acqua liquida) nei seguenti 4 casi:
 - a) i due dipoli sono paralleli fra loro e paralleli al vettore che connette le due molecole,
 - b) i due dipoli sono antiparalleli fra di loro e paralleli al vettore che connette le due molecole,
 - c) i due dipoli sono paralleli fra loro e perpendicolari al vettore che connette le due molecole,
 - d) i due dipoli sono antiparalleli fra di loro e perpendicolari al vettore che connette le due molecole.
 Comprate queste energie con quelle dell'agitazione termica $k_B T$ (la costante di Boltzmann, $k_B = 1.4 \times 10^{-23} \text{ J/K}$). A quale temperatura energia di interazione è comparabile a quella termica? Notate che l'approssimazione dipolare non è pienamente valida a distanze corte come quelle considerate in questo punto (dite il perchè), ma può comunque dare dei valori indicativi corretti.
4. Nei quattro casi precedenti calcolate la forza fra le due molecole, quale è la sua direzione? Per ciascun caso dire se la forza è attrattiva o repulsiva?

6 Campi da figura



I campi vettoriali rappresentati in figura sono invarianti per traslazione perpendicolare al piano della figura. Notate che la lunghezza delle frecce è costante nei primi due casi e negli ultimi due casi.

1. Per ciascuno dei sei casi dite se il rotore e la divergenza sono uguali a zero o diversi da zero.
2. Nei casi in cui la divergenza sia diversa da zero valutatene il segno e l'andamento qualitativo in funzione della posizione.
3. Nei casi in cui il rotore sia diverso da zero valutatene la direzione, il senso e l'andamento qualitativo in funzione della posizione.
4. Quale di questi campi potrebbe rappresentare un campo elettrico statico?
5. Quale di questi campi è conservativo?
6. In quali casi la regione coperta dalla figura contiene delle cariche elettriche? Determinatene il segno.

7 Campi da equazioni

Calcolare il rotore e la divergenza dei seguenti campi:

1. $F_x(x, y, z) = x + y$, $F_y(x, y, z) = -x + y$, $F_z(x, y, z) = -2z$
2. $F_x(x, y, z) = 2y$, $F_y(x, y, z) = 2x + 3z$, $F_z(x, y, z) = 3y$
3. $F_x(x, y, z) = 2y$, $F_y(x, y, z) = 2x + 3z + y$, $F_z(x, y, z) = 3y + z$
4. $F_x(x, y, z) = x^2 - z^2$, $F_y(x, y, z) = 2$, $F_z(x, y, z) = 2xy$

Calcolate il rotore e la divergenza. In quali casi i campi possono rappresentare un campo elettrico? Quando possibile, calcolate la densità di carica elettrica e il potenziale elettrostatico, ponendo il potenziale nell'origine uguale a zero.

8 Potenziale di Yukawa

Una distribuzione di carica a simmetria sferica centrata nell'origine crea in potenziale della forma:

$$V(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-\lambda r}}{r}$$

dove q e λ sono delle costanti positive. Calcolate il campo elettrico associato e confrontatelo al caso $\lambda = 0$. Calcolate usando il teorema di Gauss la carica contenuta in una sfera di raggio R . Mostrate che la distribuzione di carica contiene necessariamente una carica puntuale positiva (quanto vale e dove si trova?). Dalla carica contenuta nella sfera in funzione di R deducete la densità di carica di volume in funzione della distanza dall'origine. Ricalcolate la densità di carica di volume in funzione della distanza dall'origine usando la prima equazione di Maxwell e comparatela al risultato ottenuto con il metodo precedente.