Esercitazione V-MAGNETOSTATICA

1 Bobine di Helmholtz

Le bobine di Helmholtz sono utilizzate per creare un campo approssimativamente uniforme. Sono costituite da due spire circolari coassiali di raggio R, distanziate di una distanza d (scelta in modo appropriato) e percorse di da correnti uguali e parallele I. Disponete una terna cartesiana con l'asse x coincidente con quello delle spire e in modo tale che il piano $x = 0$ sia equidistante dalle due spire. Determinate il valore di d per cui $\mathbf{B}(x, 0, 0) = \mathbf{B}(0, 0, 0) + O(x^4)$. Dite perché questa scelta ottimizza le proprietà delle Bobine. Calcolate il campo magnetico sull'asse x e rappresentatelo graficamente usando un programma grafico, comparando un caso con la d ideale e uno in cui usate un valore di d diverso. Dite quale è la direzione del campo nel piano $x = 0$

2 Simmetria e antisimmetria a specchio

Considerate una distribuzione simmetrica di corrente rispetto al piano $z = 0$ ovvero:

$$J_x(x, y, z) = J_x(x, y, -z), \;\; J_y(x, y, z) = J_y(x, y, -z), \;\; J_z(x, y, z) = -J_z(x, y, -z).$$

A partire dalla legge esplicita che lega il campo magnetico alla distribuzione di corrente (legge di Biot-Savart) dimostrate che:

$$B_x(x, y, z) = -B_x(x, y, -z), \;\; B_y(x, y, z) = -B_y(x, y, -z), \;\; B_z(x, y, z) = B_z(x, y, -z).$$

Considerate ora una distribuzione di corrente antisimmetrica:

$$J_x(x, y, z) = -J_x(x, y, -z), \;\; J_y(x, y, z) = -J_y(x, y, -z), \;\; J_z(x, y, z) = J_z(x, y, -z).$$

dimostrate che:

$$B_x(x, y, z) = B_x(x, y, -z), \;\; B_y(x, y, z) = B_y(x, y, -z), \;\; B_z(x, y, z) = -B_z(x, y, -z).$$

Usando questi risultato dite come è orientato il campo elettrico sui piano di simmetria o di antisimmetria (ovvero sul piano $z = 0$).

Disegnate e determinate tutti i piani di simmetria e antisimmetria e deduce le direzioni del campo, dove possibile, dei seguenti sistemi:

1. un filo rettilineo percorso da corrente
2. una spira circolare percorsa da corrente
3. un solenoide rettilineo di lunghezza finita percorso da corrente
4. solenoide toroidale di sezione arbitraria (il solenoide è simmetrico per rotazione intorno ad un asse) come quello in figura

Disegnate qualitativamente le linee di forza del campo magnetico nei 4 casi usando sia le simmetrie/antisimmetrie a specchio che quelle di rotazione/traslazione.

3 Piani paralleli di corrente

Considerate due piani paralleli (1 e 2) a distanza d uno dall'altro in cui passano delle correnti superficiali uniformi $\mathbf{K}_1$ e $\mathbf{K}_2$. Determinate il campo magnetico in tutto lo spazio e la forza per unità di area agente fra i piani in funzione di $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{K}_2$ e d.

4 Solenoide toroidale

Considerate un solenoide toroidale di sezione arbitraria con N spire percorse da una corrente I (vedi figura esercizio 2). Assimilando la corrente delle spire a quella di una distribuzione superficiale di corrente (discutete quando questa approssimazione è lecita) calcolate il campo magnetico in tutto lo spazio (dentro e fuori il solenoide) in funzione di N e I

5 Campo in un solenoide infinito con corrente elicoidale

Considerate un solenoide rettilineo a sezione circolare di raggio R. Generalmente si considera che la corrente delle spire sia perpendicolare all'asse del solenoide. In realtà le spire nelle realizzazioni pratiche sono avvolte intorno al cilindro seguendo un percorso elicoidale. Ovvero la corrente delle spire forma un angolo α con i piani perpendicolari all'asse del solenoide. Considerate N spire per unità di lunghezza percorse da una corrente I. Assimilando la corrente delle spire a quella di una distribuzione superficiale di corrente (discutete quando questa approssimazione è lecita), calcolate il campo magnetico in tutto lo spazio (dentro e fuori il solenoide) in funzione di R, N I e α. Il conto può essere effettuato analiticamente se la sezione non è circolare?

6 Campo da cilindro carico ruotante

Considerate un cilindro di raggio R uniformemente carico con una carica di volume uniforme ρ_0. Fate ruotare il cilindro intorno al suo asse con una velocità angolare ω. Calcolate il campo magnetico prodotto dal cilindro in tutto lo spazio.

7 Sfera ruotante

Una superficie sferica di raggio R porta una carica elettrica uniformemente distribuita σ. Se la sfera ruota intorno ad un suo diametro con velocità angolare ω calcolate il campo magnetico al centro della sfera.

8 Cilindro dielettrico ruotante in campo magnetico

Considerate un cilindro inizialmente neutro di raggio R di un materiale dielettrico ϵ_r . Fate ruotare il cilindro intorno al suo asse con una velocità angolare ω in presenza di un campo magnetico uniforme $\mathbf{B}_0$ parallelo all'asse di rotazione ($\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{B}_0 > 0$). Partendo dalle espressioni della forza Coulomb e di Lorentz, ricavate la relazione chiusa che lega $\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \epsilon_\mathbf{0}\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{P}(\mathbf{r})$ ai campi $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ e $\mathbf{E}(\mathbf{r})$. Usando tale relazione, calcolate la carica di volume e quella sulla superficie del cilindro indotta dalla rotazione. In questo calcolo trascurate l'esistenza del campo magnetico generato dalla rotazione di queste cariche. Ricordando che $1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = c$, dove c è la velocià della luce, verificate a posteriori quando tale campo può essere trascurato. In particolare, dite se tale campo può essere trascurato in un caso sperimentalmente realistico.