Soluzione esercizio di elettrostatica [punti 15]

1. Fissando l'asse x come quello perpendicolare ai due piani. Ponendo σ_A nella posizione $x = 0$, e σ_B nella posizione $x = D$. Si ha che il campo elettrico e' parallelo in ogni punto all'asse x. Se E_x e' la componente del campo elettrico, risulta

$$E_x = -\frac{\sigma_a + \sigma_b}{2\varepsilon_0} = -2.0 \times 10^5\, V/m \tag{1}$$

per $x < 0$;

$$E_x = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{2\varepsilon_0} = 2.8 \times 10^4\, V/m \tag{2}$$

per $x > 0$ e $x < D$;

$$E_x = \frac{\sigma_a + \sigma_b}{2\varepsilon_0} = 2.0 \times 10^5\, V/m \tag{3}$$

per $x > D$.

2.

$$V_A - V_B = D\frac{\sigma_a - \sigma_b}{2\varepsilon_0} = 8.5 \times 10^2\, V \tag{4}$$

3.

$$V_A - V_B = (D - \delta)\frac{\sigma_a - \sigma_b}{2\varepsilon_0} + \delta\frac{\sigma_a - \sigma_b}{2\varepsilon_0\varepsilon_r} = 6.6 \times 10^2\, V \tag{5}$$

4.

$$\rho_p = 0 \tag{6}$$

5.

$$\sigma_p = \pm\frac{\varepsilon_r - 1}{2\varepsilon_r}(\sigma_A - \sigma_B) = \pm 1.7 \times 10^{-7} C/m^2 \tag{7}$$

6.

$$C = \frac{S\varepsilon_0}{D - \delta + \delta/\varepsilon_r} = 3.8 \times 10^{-10} F \tag{8}$$

ESE MAGNETISMO

DATI IN MKSA

$a = 10^{-2}\,m$ $\quad L = 20a = 2\times10^{-1}\,m$ $\quad I_1 = 2A$

$n_1 = 10^3\,m^{-1}$ $\quad n_2 = 2\times10^3\,m^{-1}$ $\quad I_2 = -1A$

$\mu_0 = 4\pi\,10^{-7}\,H/m$

1) PER SIMMETRIA $\vec{B} \parallel \hat{z}$

IN UN SINGOLO SOLENOIDE

$\vec{B}(\vec{r}) = \begin{cases} \vec{0} & \text{ESTERNO AL SOLENOIDE} \\ \hat{z}\, I\, \mu_0\, n & \end{cases}$

DUE SOLENOIDI $\longrightarrow \vec{B}(\vec{r}) = B(\vec{r})\,\hat{z}$ DOVE

$\vec{B}=0$

$B = I_1 n_1 \mu_0$

$B = \mu_0 (I_1 n_1 + I_2 n_2)$

$B = I_2 n_2 \mu_0$

- ESTERNO DUE SOLENOIDI
  $\vec{B}=0$
- INTERNO PRIMO SOLENOIDE E ESTERNO SECONDO
  $\vec{B} = \hat{z}\,\mu_0 I_1 n_1 = \hat{z}\left(4\pi\,10^{-7}\,10^3 \times 2\right)$
  $= \hat{z}\left(2.5\times10^{-3}\,T\right)$
- INTERNO SECONDO/ESTERNO PRIMO
  $\vec{B} = \hat{z}\,\mu_0 I_2 n_2 = -\hat{z}\left(2.5\times10^{-3}\,T\right)$
- INTERNO DUE SOLENOIDI
  $\vec{B} = \vec{0}$
- ESTERNO DUE SOLENOIDI
  $\vec{B} = \vec{0}$

2) FORZA DI LORENTZ:

$\propto$ (CORRENTE SECONDO SOLENOIDE) $\wedge$ (CAMPO PRIMO SOLENOIDE)

$\vec{F}_A$ = FORZA TRATTO A $= L m_2 \frac{a}{2} [I_2(-\hat{y})] \wedge (\hat{z}\, \mu_0 n_1 I_1)$

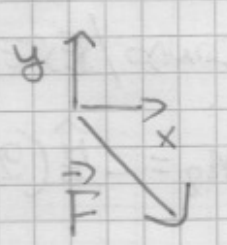
$= -\hat{x} \left[\mu_0 L \frac{a}{2} n_1 m_2 I_1 I_2\right] = +\hat{x}\left[4\pi 10^{-7} \times 2 \times 10^{-1} \times 10^{-2} 2 \times 10^{6} \times 2\right]$

$= \hat{x}\left[16\pi\, 10^{-4} N\right] = \hat{x} \cdot 5.02 \times 10^{-3} N$

$\vec{F}_B$ = FORZA TRATTO B $= (-\hat{x} \wedge \hat{z})\left[\mu_0 L \frac{a}{2} m_1 m_2 I_1 I_2\right]$

$= -\hat{y}\left[5.02 \times 10^{-3} N\right]$

$\vec{F} = (\hat{x} - \hat{y})\left[5.02 \times 10^{-3} N\right]$



3) $E = \frac{1}{\mu_0 2} \int d^3 r \, \|\vec{B}(\vec{r})\|^2 = \frac{6}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{L}{\mu_0} \cdot (2.5 \times 10^{-3} T)^2$

$= 15 \times 10^{-6} \frac{1}{4\pi 10^{-7}} \times (2.5)^2 \times 10^{-6} = 7.5 \times 10^{-5} J$

4) $L_1 = \frac{\Phi_{L_1}(\vec{B}_1)}{I_1} = L n_1 a^2 \frac{B_1}{I_1} = a^2 L n_1 n_1 \mu_0$

$= 20 \times 10^{-6} \times 10^{+6} 4\pi 10^{-7} = 2.5 \times 10^{-5} H$

$L_2 = a^2 L n_2 n_2 \mu_0 = L_1 \times 4 = 1.0 \times 10^{-4} H$

$M_{21} = M_{12} = \frac{\Phi_{L_1}(\vec{B}_2)}{I_2} = L n_1 \frac{a^2}{4} n_2 \mu_0 = \frac{L_1}{2} = 1.26 \times 10^{-5} H$

5) CORTO-CIRCUITO $\Rightarrow$ FUERZA ELETTRONOTRICE $= 0$

$- L_2 \frac{dI_2}{dt} - M_{21} \frac{dI_1}{dt} = 0$

$I_2(t) = -\frac{M_{21}}{L_2} I_1(t) = -\frac{(\frac{1}{2})}{4} I_1(t) = -\frac{I_0}{8} \sin \omega t$

$I_2(t) = -\frac{n_1 n_2}{4 n_2 n_2} I_1(t) = -\frac{1}{4} \frac{n_1}{n_2} I_0 \sin \omega t$