

### Esercizio di elettrostatica: Condensatori

Considerate un condensatore piano con armature quadrate di area  $S$  distanziate fra loro da una distanza  $d$  con  $d \ll \sqrt{S}$ . Le armature sono perpendicolari all'asse  $z$  posizionate in  $z = 0$  e  $z = d$ . Lo spazio fra le armature è occupato da un dielettrico con costante dielettrica relativa  $\epsilon_r^A$  nella regione  $0 < z < d/2$  e con un dielettrico con costante dielettrica relativa  $\epsilon_r^B$  nella regione  $d/2 < z < d$ . Caricate l'armatura in  $z = 0$  con una carica libera  $+Q$  e l'armatura in  $z = d$  con una carica libera  $-Q$ .

Calcolate in funzione dei parametri dati nel problema ( $S, d, \epsilon_r^A, \epsilon_r^B, Q$ ):

1. Il campo di induzione elettrica  $\mathbf{D}(\mathbf{r})$  nella regione fra le due armature
2. Il campo elettrico  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  nella regione fra le due armature
3. La differenza di potenziale elettrostatico fra le due armature
4. Tutte le cariche di polarizzazione (volumetriche e superficiali) presenti nel sistema facendo attenzione al segno
5. La capacità del condensatore
6. L'energia elettrostatica del sistema

La regione fra le due armature è ora occupata da un dielettrico la cui costante dielettrica relativa  $\epsilon_r(\mathbf{r})$  varia linearmente fra i due valori considerati precedentemente ovvero che dipende dalla coordinata  $z$  nel modo seguente:

$$\epsilon_r(\mathbf{r}) = \epsilon_r^A + (\epsilon_r^B - \epsilon_r^A) \frac{z}{d}$$

rispondete alle 6 domande poste precedentemente per questa nuova situazione.

### Esercizio 2 magnetismo: Solenoide

In un solenoide cilindrico di lunghezza  $l = 10\text{m}$  di raggio  $a = 10\text{cm}$  ed avvolto con  $n = 20\text{spire/cm}$  circola una corrente  $i(t)$ .

- 1) Calcolare l'induttanza del solenoide
- 2) Se la corrente che scorre nel solenoide è sinusoidale con legge  $i(t) = I \sin(\omega t)$ , calcolare l'energia immagazzinata nel solenoide all'istante  $t = 10\text{s}$  per  $I = 10\text{mA}$  e  $\omega = 100\text{s}^{-1}$
- 3) Nel caso 2, calcolare il valore del massimo del campo elettrico a distanza  $r = 10\text{cm}$  dall'asse del solenoide, nell'ipotesi che il solenoide sia posto nel vuoto e trascurando gli effetti di bordo ai due estremi del solenoide
- 4) Se, invece, la corrente del solenoide è inizialmente costante con valore  $I$  e viene raddoppiata lentamente a partire dall'istante  $t = 0$  con legge  $i(t) = (2 - e^{-t/\tau})I$  con  $\tau = 10\text{s}$  calcolare l'incremento dell'energia magnetica immagazzinata dal solenoide, essendo  $I = 10\text{mA}$
- 5) Assumendo che, nel caso 4, il circuito venga alimentato a partire dall'istante  $t = 0$  da un generatore di forza elettromotrice costante  $f$ , determinare la resistenza del solenoide  $R$  e il valore di  $f$ . Al tempo  $10\tau = 100\text{s}$  la corrente è già, in ottima approssimazione, raddoppiata. Calcolare il lavoro compiuto dal generatore calcolato dal tempo  $t=0$  al tempo  $10\tau = 100\text{s}$ . Comparare il risultato con l'incremento di energia calcolato al punto 4 e, se il risultato è diverso spiegare il perché.