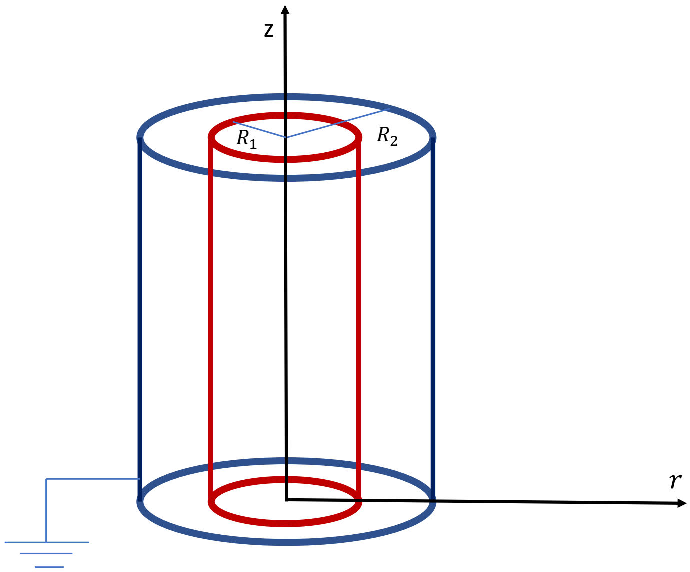
1 Esercizio di elettrostatica



Considerate due gusci conduttori cilindrici concentrici di spessore trascurabile, di raggio R_1 e $R_2 = 2R_1$, $R_1 = 1$ cm, e lunghezza $\ell = 20$ cm. Il guscio interno è carico con una carica $q > 0$, mentre il guscio esterno è messo a terra.

1. Descrivete la direzione e l'ampiezza del campo vettoriale $\mathbf{E}(x, y, z)$ in tutto lo spazio in funzione delle costanti R_1, R_2, ℓ, q trascurando gli effetti di bordo.

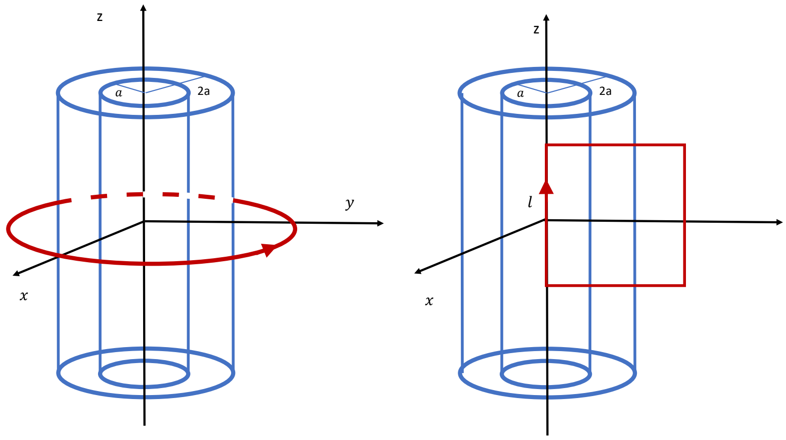
2. Calcolate numericamente la carica q presente sul guscio interno sapendo che il suo potenziale rispetto al guscio esterno tenuto a terra è $V_0 = 1$ V. Si ricordi che $1/(4\pi\epsilon_0) \simeq 9 \times 10^9$ Nm^2/C^2.

3. Calcolate numericamente la capacità del condensatore cilindrico formato dai due gusci nel caso in cui l'intercapedine sia riempita con un dielettrico omogeneo ed isotropo di costante dielettrica $\epsilon_r = 4$.

4. Calcolare numericamente la capacità del condensatore cilindrico formato dai due gusci nel caso in cui l'intercapedine sia riempita di un dielettrico isotropo *non* omogeneo con costante dielettrica che varia in funzione dalla distanza $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ dall'asse dei cilindri con legge $\epsilon_r = \alpha/r$, $\alpha = 2$ cm.

5. Calcolare numericamente la variazione di energia elettrostatica del condensatore dovuta all'inserimento del dielettrico (con q costante) nei due casi di cui al punto 3 e 4. Suggerimento: per il calcolo dell'energia elettrostatica si può usare la definizione di integrale di volume di $(1/2)\mathbf{D} \cdot \mathbf{E}$ o l'espressione $(1/2)q^2/C$, con C capacità del condensatore.

2 Esercizio di magnetismo



Considerate un filo conduttore rettilineo indefinito di raggio esterno $2a$, dove $a = 1$ mm. Il filo ha una cavità vuota, concentrica, di raggio a. Nel filo passa una corrente elettrica I ripartita uniformemente sulla sezione $S = (4-1)\pi a^2 = 3\pi a^2$ del filo. Ovvero, se l'asse del filo coincide con l'asse z, la densità volumetrica di corrente sarà $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{z}}(I/S)$ per $a < r_\perp < 2a$ e $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \mathbf{0}$, altrimenti, dove $r_\perp = \sqrt{x^2 + y^2}$. Si ricordi che $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m.

1. Ricavate l'espressione del campo magnetico in tutto lo spazio, in funzione dei parametri a e I, specificando direzione e ampiezza.

2. Ricavate l'espressione del flusso del campo magnetico concatenato a un filo conduttore circolare di resistenza $R = 1\Omega$, che giace nel piano $z = 0$, con centro nell'origine degli assi e di raggio $3a$, in funzione dei parametri a e I.

3. Ricavate l'espressione del flusso del campo magnetico concatenato con un filo conduttore rettangolare, di resistenza $R = 1\Omega$, che giace nel piano zy, con un lato di lunghezza $\ell = 1000a$ lungo l'asse z (centrato in $z = 0$) e l'altro lato di lunghezza $10a$ lungo y, in funzione dei parametri a, I e ℓ.

4. Calcolate numericamente al tempo $t = 100$ s, il valore della corrente elettrica indotta nel filo conduttore circolare, quando la corrente del conduttore rettilineo varia con legge temporale $I(t) = I_0 - \alpha t$, dove $I_0 = 100$ A e $\alpha = 1$ A/s. Specificate se la corrente è parallela o antiparallela rispetto alla freccia indicata in figura sul filo.

5. Calcolate numericamente al tempo $t = 100$ s, il valore della corrente elettrica indotta nel filo conduttore rettangolare, quando la corrente del conduttore rettilineo varia con legge temporale $I(t) = I_0 - \alpha t$, dove $I_0 = 100$ A e $\alpha = 1$ A/s. Specificate se la corrente è parallela o antiparallela rispetto alla freccia indicata in figura sul filo.