CONDUTTORI IN ELETTROSTATICA

ELETTRONI (METALLI) O IONI (IN CONDUTTORI IONICI / ELETTROL
SONO LIBERE DI MUOVERSI SOTTO L'AZIONE DELLA FORZA DI COULOMB

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}(\vec{r})$$

MA LE CARICHE NON POSSONO LASCIARE IL CONDUTTORE

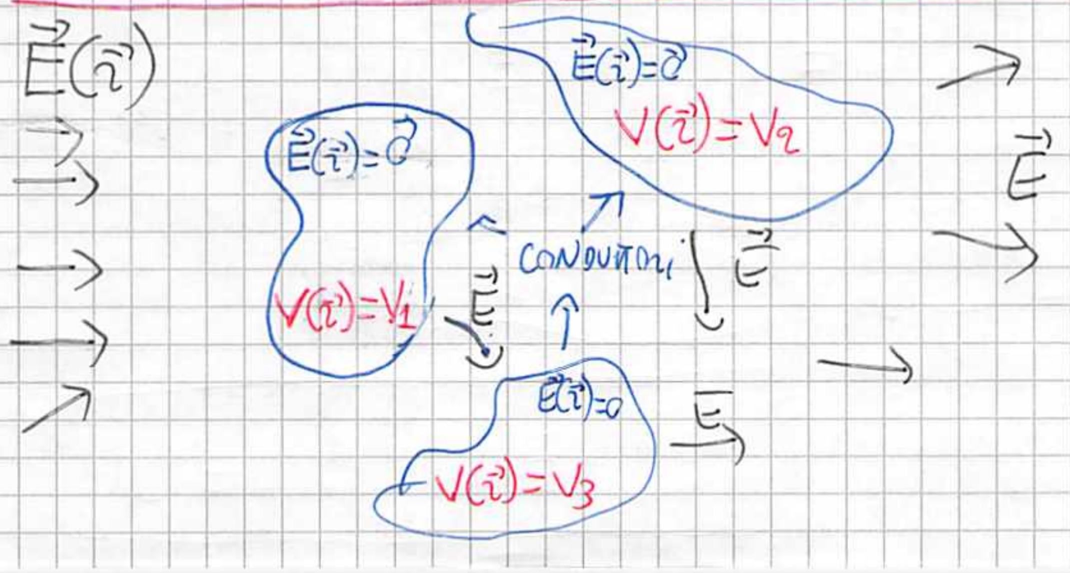
CONDIZIONI STATICHE = CARICHE NON SI MUOVONO

$$\Updownarrow$$

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \vec{0} \quad \text{SE } \vec{r} \text{ NEL CONDUTTORE}}$$

$$\Updownarrow$$

$$\boxed{V(\vec{r}) = \text{COSTANTE SE } \vec{r} \text{ REGIONE CONNESSA DI UN CONDUTTORE}}$$



$$\vec{E}(\vec{r}) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

$$\Downarrow$$

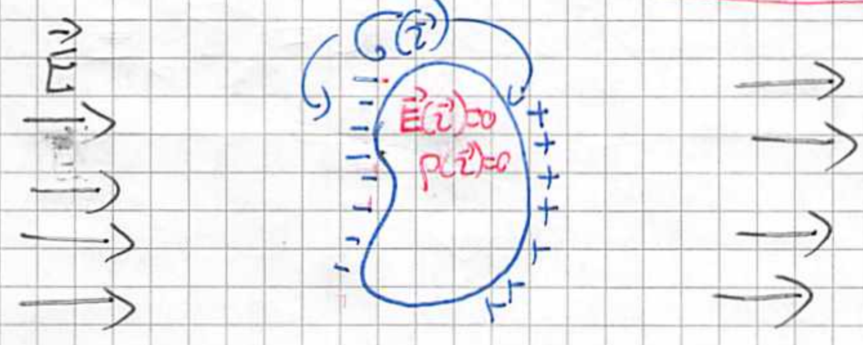
$$\frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\rho(\vec{r}) = 0 \quad \text{NEL CONDUTTORE}}$$

$$\Downarrow$$

LE CARICHE STANNO SULLA SUPERFICIE DEL CONDUTTORE (CON DENSITÀ SUPERFICIALE $\sigma(\vec{r})$)

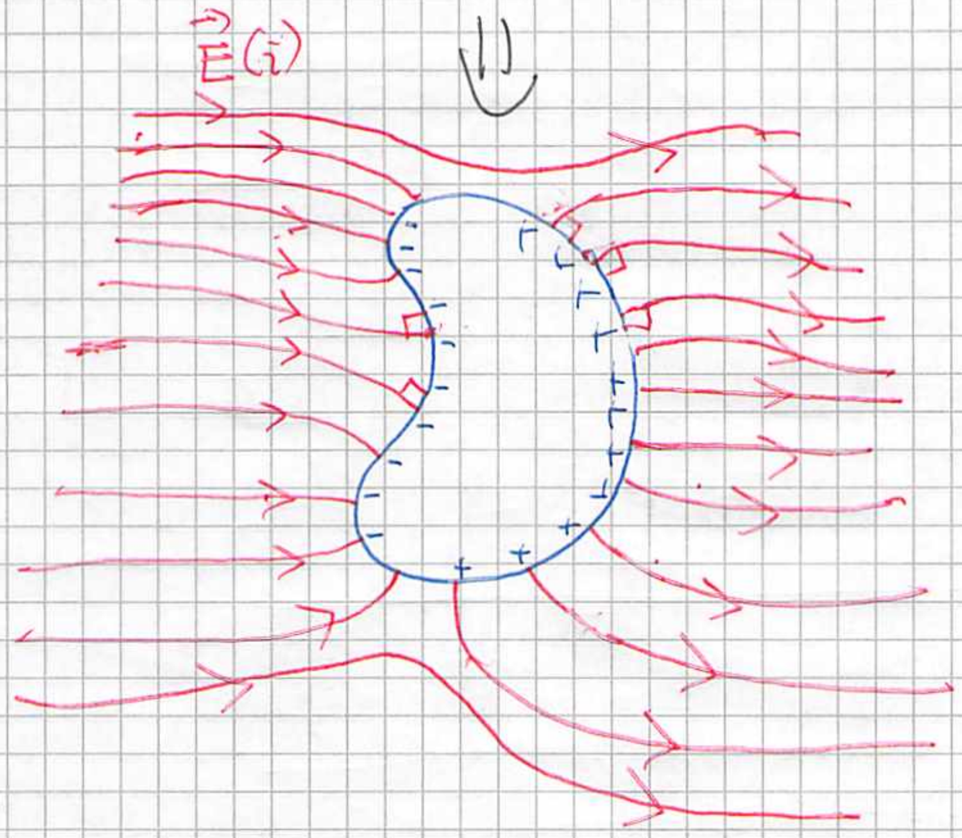


$V(\vec{r}) =$ COSTANTE NEL CONDUTTORE

$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r}) \perp$ ISOSUPERFICIE DI POTENZIALE

$$\Downarrow$$

SULLA SUP. ESTERNA $\quad \vec{E}(\vec{r}) \perp$ A SUPERFICIE DEL CONDUTTORE



RELAZIONE FRA CARICA DI SUPERFICIE E CAMPO ELETTRICO ALLA SUPERFICIE

- ABBIAMO VISTO CHE IN PRESENZA DI

$\sigma(\vec{r})$ – $\vec{E}_{\parallel}$ A SUP. CONTINUO

ALL' INTERNO CONDUTTORE $\vec{E}_{\parallel} = \vec{0}$

$\Downarrow$

ALL' ESTERNO $\vec{E}_{\parallel} = \vec{0}$

$\Downarrow$

$\vec{E}(\vec{r}) \perp$ SUPERFICIE (RIDIMOSTRATO

– $\vec{E}_{\perp}$ DISCONTINUO E DISCONTINUITÀ $= \dfrac{\sigma(\vec{r})}{\varepsilon_0}$

$\Downarrow$

INTERNO $\vec{E}_{\perp} = 0$

USCENTE DALLA SUP.

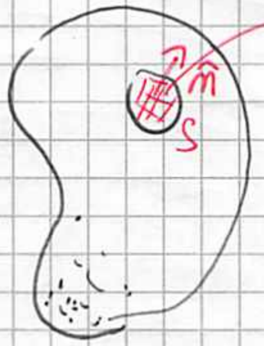
$\Downarrow$

ESTERNO $\vec{E}_{\perp}(\vec{r}) = \hat{n}(\vec{r}) \dfrac{\sigma(\vec{r})}{\varepsilon_0}$

SULL' ESTERNO $\vec{E}(\vec{r}) = \hat{n}(\vec{r}) \dfrac{\sigma(\vec{r})}{\varepsilon_0}$

INTERNO $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{0}$

PRESSIONE SU UNA SUPERFICIE DI CONDUTTORE



ELEMENTO DI SUPERFICIE DI AREA S E NORMALE $\hat{n}$

$\vec{S} = \hat{n} S$

$$\vec{S} \cdot \vec{P} = \text{FORZA} = \underset{S \cdot \sigma(\vec{r})}{\text{CARICA}} \times \vec{E}(\vec{r})$$

$= ?$

$\vec{E}(\vec{r}) = \hat{n} \frac{\sigma(\vec{r})}{\varepsilon_0}$ ESTERNO

$\vec{E}(\vec{r}) = 0$ INTERNO

ZOOM IN SEZIONE

σ COSTANTE NELLA ZONA

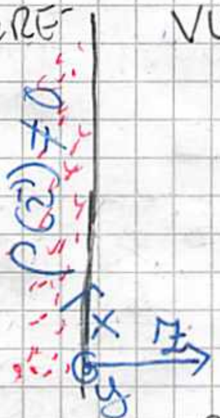
$\vec{E}(x,y,z) = \vec{E}(z)$

$\rho(x,y,z) = \rho(z)$

CONDUTTORE | VUOTO

$\vec{E}(\vec{r}) = 0$

$\rho(\vec{r}) = 0$



$\vec{E}(\vec{r}) = \hat{z} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$\rho(\vec{r}) = 0$

$$\boxed{\sigma = \int_{-\infty}^{0} dz\, \rho(z)}$$

DI PELLE ~ QUALCHE PIANO ATOMICO

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\partial E_z(z)}{\partial z} = \frac{\rho(z)}{\varepsilon_0}}$$

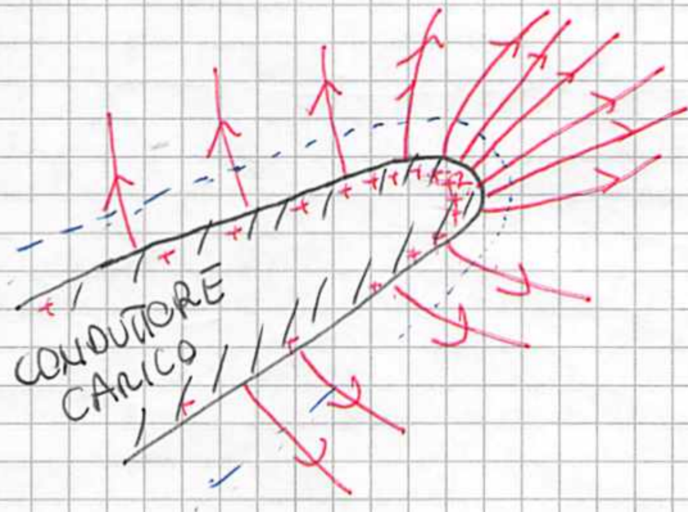
$$\text{FORZA} = \hat{z} S \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(z) E_z(z)\, dz = \hat{z} S \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dE_z(z)}{dz} E_z(z)\, dz =$$

$$= \hat{z} S \varepsilon_0 \left[\frac{1}{2} (E_z(z))^2 \right|_{-\infty}^{+\infty} = \hat{z} S \varepsilon_0 \frac{1}{2} \vec{E}_{EXT}(\vec{r})^2$$

$\Downarrow$

$$\boxed{\text{PRESSIONE} = \frac{\varepsilon_0}{2}\left|\vec{E}_{EXT}(\vec{r})\right|^2 = \frac{1}{2\varepsilon_0}\left[\sigma(\vec{r})\right]^2 = \sigma(\vec{r})\left[\frac{E_{EXT}(\vec{r}) + \overset{0}{\vec{E}_{INT}(\vec{r})}}{2}\right]}$$

CAMPO ELETTRICO VICINO A UNA PUNTA DI UN CONDUTTORE



- DOVE IL CAMPO $\vec{E}(\vec{r})$ È PIÙ INTENSO?
(DOVE SCHIOCCA LA SCARICA ELETTRICA?)

$\Downarrow$

- DOVE $\sigma(\vec{r})$ È PIÙ GRANDE!

- CARICHE (STESSO SEGNO) VOGLIONO STARE PIÙ LONTANE FRA DI LORO, LE PUNTE SONO LONTANE DAL RESTO DEL CONDUTTORE

$\Downarrow$

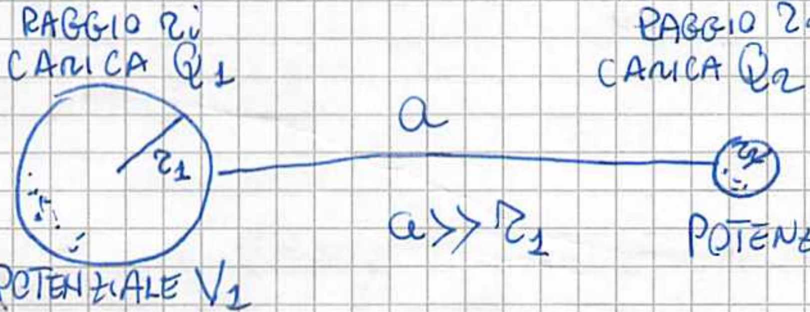
ACCUMULO DI $\sigma(\vec{r})$ SULLE PUNTE

$\Downarrow$

$\vec{E}(\vec{r})$ MASSIMO SULLE PUNTE

(CAMPO ELETTRICO PER IONIZZARE ARIA
$|\vec{E}| > E_{critico}$
$0.4\cdot 10^6 \frac{V}{m} < E_{critico} < 3\times 10^6 \frac{V}{m}$)

MODELLO DI UNA PUNTA



- DUE SFERE CONDUTTRICI CONNESSE CON UN FILO SOTTILISSIMO CONDUTTORE

- SFERE CONNESSE $\Rightarrow$ POTENZIALE SULLE DUE SFERE UGUALE $V_1 = V_2$

- $a \gg r_1, r_2$ E FILO DI SEZIONE INFINITESIMA $\Rightarrow$ CAMPO INTORNO A CIASCUNA SFERA UGUALE A SFERA ISOLATA

$$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi r_1} = V_2 = \frac{Q_2}{4\pi r_2} \qquad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{4\pi r_1^2} \qquad \sigma_2 = \frac{Q_2}{4\pi r_2^2}$$

EQ PRECEDENTE

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{Q_1}{Q_2}\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_1}{r_2}\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_2}{r_1}$$

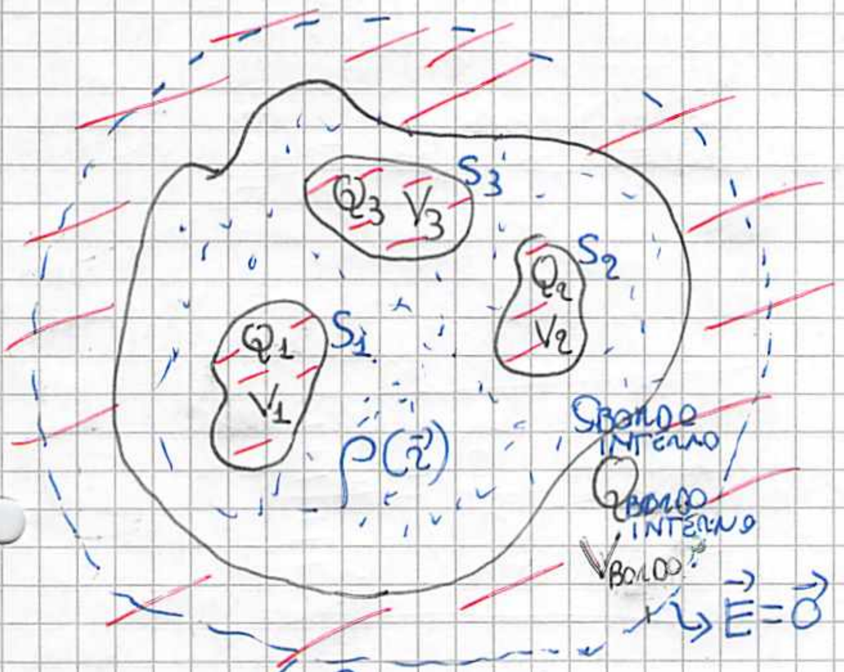
$$\boxed{\frac{E_1}{E_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}}$$

$E_2 \gg E_1$

(CAMPO INVERSAMENTE PROPORZIONALE A RAGGIO SFERA)

LEZIONE 11.5

DETERMINAZIONE DI $V(\vec{r})$ E $\vec{E}(\vec{r})$ PER UNA DISTRIBUZIONE DI CARICA $\rho(\vec{r})$ IN PRESENZA DI CORPI CONDUTTORI



- TRE CORPI CONDUTTORI + UN CORPO CONDUTTORE CHE CIRCONDA TUTTO (EVENTUALMENTE MANDATO ALL'INFINITO)
- FRA I CONDUTTORI DISTRIBUZIONE DI CARICA $\rho(\vec{r})$

S NEL CONDUTTORE ESTERNO

TEOREMA GAUSS

$$\Phi_S(\vec{E}) \overset{\text{0 DATO CHE } \vec{E}=0 \text{ SU } S}{=} \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + \int_V d^3r\,\rho(\vec{r}) + Q_{\substack{BORDO\\INTERNO}}}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\Downarrow$$

NUMERO CONDUTTORI INTERNI

$$\boxed{Q_{\substack{BORDO\\INTERNO}} = -\left[\sum_{i=1}^{N} Q_i + \int d^3r\,\rho(\vec{r})\right]}$$

- CONVENZIONALMENTE $\boxed{V_{\substack{BORDO\\INTERNO}} = 0}$

SOLUZIONE DEL PROBLEMA

EQUAZIONE DIFFERENZIALE

$$\begin{cases} -\nabla^2 V(\vec{r}) = \dfrac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0} \\ \end{cases}$$

CON CONDIZIONI AL BORDO DI CIASCUN CONDUTTORE INTERNO CON SUP

PER OGNI $i=1,N$

$\nearrow$ $V(\vec{r}) = V_i \quad \vec{r} \in S_i$

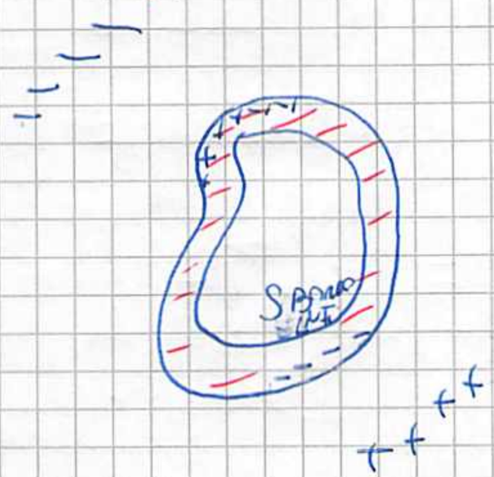
$\searrow$ $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r}) \perp$ SUPERFICIE CARICA TOTALE CONDUTTORE Q_i

TEOREMA (CHE NON DIMOSTRO)

ESISTE UNA E UNA SOLA SOLUZIONE CHE SODDISFA LE CONDIZIONI SOPRA ELENCATE

(SOLUZIONE UNICA!)

APPLICAZIONE GABBIA DI FARADAY



CORPO CONDUTTORE CHE RACCHIUDE
UNO SPAZIO VUOTO AL SUO
INTERNO CON CARICHE
ALL'ESTERNO

$$Q_{\underset{\text{INTERNO}}{\text{BORDO}}} = 0$$

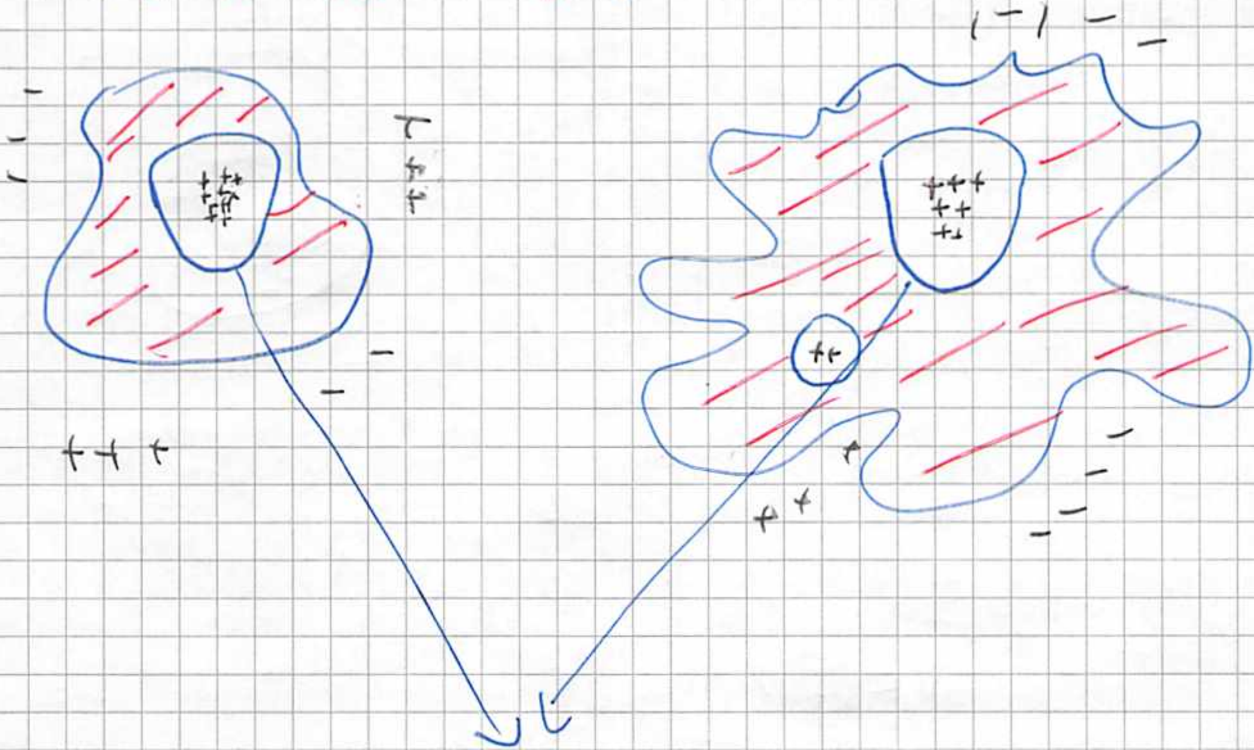
ALL'INTERNO DELLO SPAZIO $V(\vec{r}) = V_{BORDO} = 0$

SODDISFA L'EQUAZIONE $\begin{cases} -\nabla^2 V(\vec{r}) = 0 \\ V(\vec{r}) = V_{\underset{\text{INTERNO}}{\text{BORDO}}} \end{cases}$

SOLUZIONE UNICA $\Rightarrow$ $\boxed{V(\vec{r}) = 0 \quad \vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad \text{NELLA CAVITÀ INTERNA}}$

IL CONDUTTORE SCHERMA TUTTI I CAMPI
PRODOTTI DA CARICHE AL SUO ESTERNO
(EFFETTO GABBIA DI FARADAY)

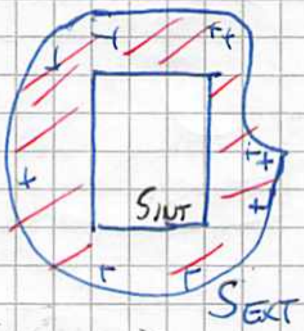
DUE CONDUTTORI CON CAVITÀ IDENTICHE RIEMPITI DELLA STESSA CARICA



SE LA CAVITÀ È LA STESSA (FORMA)
E CONTIENE LA STESSA CARICA
$\Downarrow$
LO STESSO POTENZIALE SODDISFA
$$\begin{cases} -\nabla^2 V(\vec{r}) = \dfrac{\rho(\vec{r}')}{\varepsilon_0} \\ V(\vec{r}') = V_{BORDO} = c \end{cases}$$
$\Downarrow$ SOLUZIONE UNICA

$\boxed{\text{NELLA CAVITÀ CAMPO ELETTRICO È UGUALE}}$

3 CONDUTTORI CON LA STESSA FORMA ESTERNA E STESSA CARICA SULLA SUPERFICE ESTERNA

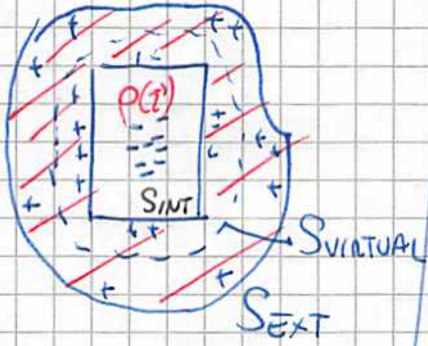


CAVITÀ VUOTA

CONDUTTORE CON CARICA TOTALE $Q_{S_{EXT}}$

$$Q_{S_{EXT}} = \int_{S_{EXT}} d^2a\, \sigma(\vec{r})$$

$$Q_{TOT} = Q_{S_{EXT}}$$



CAVITÀ PIENA DI $\rho(\vec{r})$

$$Q_{CAVITÀ} = \int_{V_{CAVITÀ}} d^3r\, \rho(\vec{r})$$

$$Q_{S_{INT}} = \int_{S_{INT}} d^2a\, \sigma(\vec{r})$$

GAUSS $S_{VIRTUAL}$

$\Downarrow$

$$\Phi_{S_{VIRTUAL}}(\vec{E}) = 0$$

$\Downarrow$

$$Q_{S_{INT}} = -Q_{CAVITÀ}$$

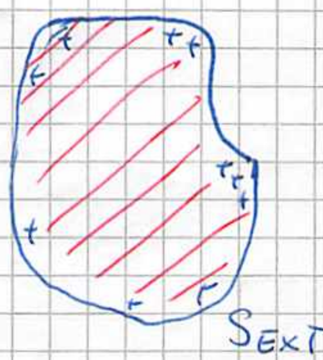
CONDUTTORE CARICATO IN MODO CHE

$$Q_{S_{EXT}} = \int d^2a\, \sigma(\vec{r})$$

UGUALE AL CASO PRECEDENTE

$\Downarrow$

CAMPO ELETTRICO = CASO PRECEDENTE



SE $Q_{S_{EXT}} = \int_{S_{EXT}} d^2a\, \sigma(\vec{r})$

È UGUALE AL CASO PRECEDENTE

$\Downarrow$

CAMPO $\vec{E}(\vec{r})$ ALL'ESTERNO È UGUALE AI DUE CASI PRECEDENTI

$\Downarrow$

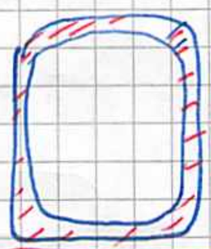
DALL'ESTERNO NON POSSO SAPERE CHE C'È ALL'INTERNO

Q_{TOT} SUL CONDUTTORE

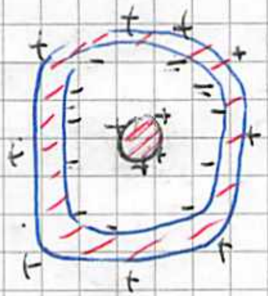
$$\boxed{Q_{TOT} = Q_{S_{EXT}} + Q_{S_{INT}} = Q_{S_{EXT}} - Q_{CAVITÀ}}$$

LC272

POZZETTO DI BECCARIA

A) 

$Q_{INT} = 0 \quad Q_{EXT} = 0$

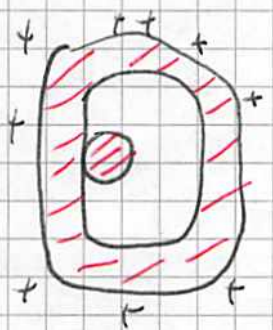
B) 

- SENZA TOCCARE LE PARETI INTRODUCO UN CONDUTTORE CON CARICA $Q_{PALLA} = q$

$Q_{IN} = -Q_{PALLA} = -q$

$Q_{EXT} = Q_{PALLA} = +q$

SE TOLGO (SENZA TOCCARE) Q_1 DAL POZZO TORNO ALLA SITUAZIONE A)

C) 

NELLA SITUAZIONE B) TOCCO LA PARETE INTERNA

$S_{INT} + S_{PALLA}$ = NUOVA SUPERFICIE INTERNA

$Q_{INT} + Q_{PALLA} = 0$

SOLUZIONE SODDISFATTA DALLA CONDIZIONE $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{0}$ SE $\vec{r} \in$ SPAZIO INTERNO

$\Downarrow$

$\sigma(\vec{r}) = 0$ SE $\vec{r} \in S_{INT}$ O $\vec{r} \in S_{PALLA}$

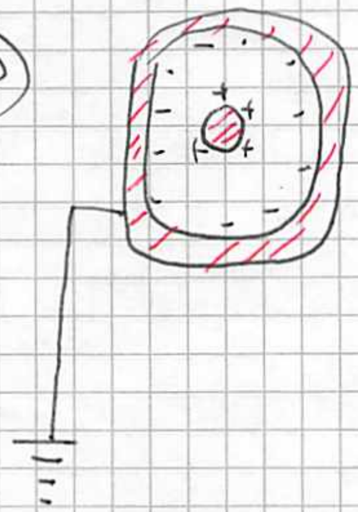
$\Downarrow$

$Q_{INT} = 0 \quad Q_{PALLA} = 0$

CARICA TOTALE SI CONSERVA $Q_{EXT} = q$

CASO B) E C) STESSO CAMPO ELETTRICO ALL'ESTERNO

SE PORTO FUORI LA PALLA E MISURO LA CARICA TROVO ZERO

D) 

POZZETTO A TERRA = $V_{S_{EXT}} = 0$

INTRODUCO LA PALLA CON CARICA

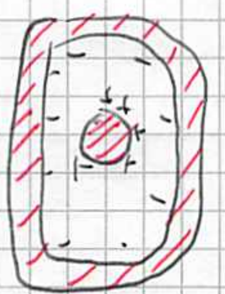
$Q_{PALLA} = +q$

$Q_{INT} = -q$

$Q_{EXT} = 0$

$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{0}$ $\vec{r}$ ∈ ESTERNO

ORA STACCO LA TERRA



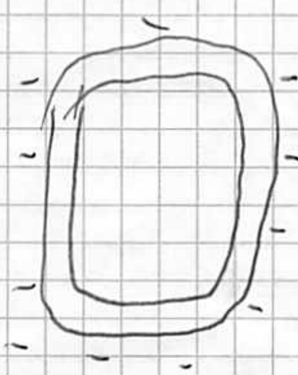
STESSA SITUAZIONE

$Q_{PALLA} = +q$

$Q_{INT} = -q$

$Q_{EXT} = 0$

$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{0}$ SE $\vec{r}$ ∈ ESTERNO

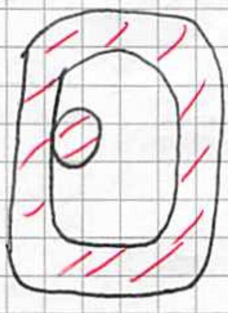


ORA PORTO FUORI LA PALLA CARICA SENZA TOCCARE LE PARETI

$Q_{INT} = 0$

MA LA CARICA TOTALE SUL CONDUTTORE SI CONSERVA

$Q_{EXT} = -q$ $\vec{E}(\vec{r}) \neq 0$ SE $\vec{r}$ ∈ ESTERNO



ORA TOCCO LA PARETE INTERNA DEL CONDUTTORE CON LA PALLA (CHE HA UNA CARICA $+q$)

$$Q_{INT} = Q_{PALLA} = 0$$

CARICA SI CONSERVA $Q_{EXT} = 0$

ORA TOCCO LA PARETE ESTERNA DEL CONDUTTORE CON LA PALLA

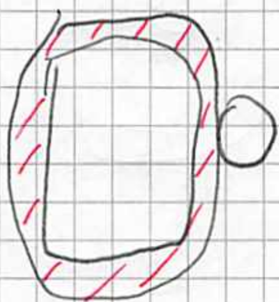
$$Q_{INT} = 0$$

CONSERVAZIONE DELLA CARICA $Q_{EXT} + Q_{PALLA} = 0$

SOLUZIONE $\vec{E}(\vec{r}) = 0$ $\vec{r} \in$ ESTERNO POSSIBILE

$\sigma(\vec{r}) = 0$ $\vec{r} \in S_{EXT}$ $\vec{r} \in$ PALLA

$Q_{EXT} = 0$ $Q_{PALLA} = 0$



DISTRIBUZIONE DI CARICA $\rho(\vec{r})$ DAVANTI AD UN CONDUTTORE

$\rho(\vec{r}) = \rho(x,y,z)$ $\qquad$ $\rho(x,y,z) = 0$ PER $z<0$

$\leftarrow$ CONDUTTORE CON UNA FACCIA PIANA A $z=0$

$\nwarrow \rho_{VIRTUALE}(x,y,z)$: $\quad \rho_{VIRTUALE}(x,y,z) = 0 \quad z>0$

$$\rho_{VIRTUALE}(x,y,-z) = -\rho(x,y,+z)$$

SOLUZIONE PER $z>0$

$$\begin{cases} (1) & -\nabla^2 V(\vec{r}) = \dfrac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0} \qquad \left(\text{o} \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0} \quad z>0 \right) \\ (2) & \vec{E}(\vec{r}) \perp \text{ a piano PER } \vec{r} \in \text{PIANO} \qquad \left(\vec{E}(x,y,0) = \vec{E}_z(x,y)\,\hat{z} \right) \end{cases}$$

$$\rho_{TOT}(\vec{r}) = \underbrace{\rho(\vec{r})}_{\neq 0 \text{ solo a } z>0} + \underbrace{\rho_{VIRTUALE}(\vec{r})}_{\neq 0 \text{ SOLO PER } z<0}$$

SOLUZIONE DEL PROBLEMA $\boxed{\text{PER } z>0}$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\substack{\text{TUTTO}\\\text{LO}\\\text{SPAZIO}}} d^3r' \, \frac{\rho_{TOT}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} \, \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

LA SOLUZIONE SODDISFA

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho_{TOT}(\vec{r})}{\varepsilon_0} \quad \text{E PER } z>0 \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$$

SODDISFATTA CONDIZIONE (1)

PIANO $z=0$ → DI ANTISIMMETRIA RISPETTO A $\rho_{TOT}(\vec{z}')$

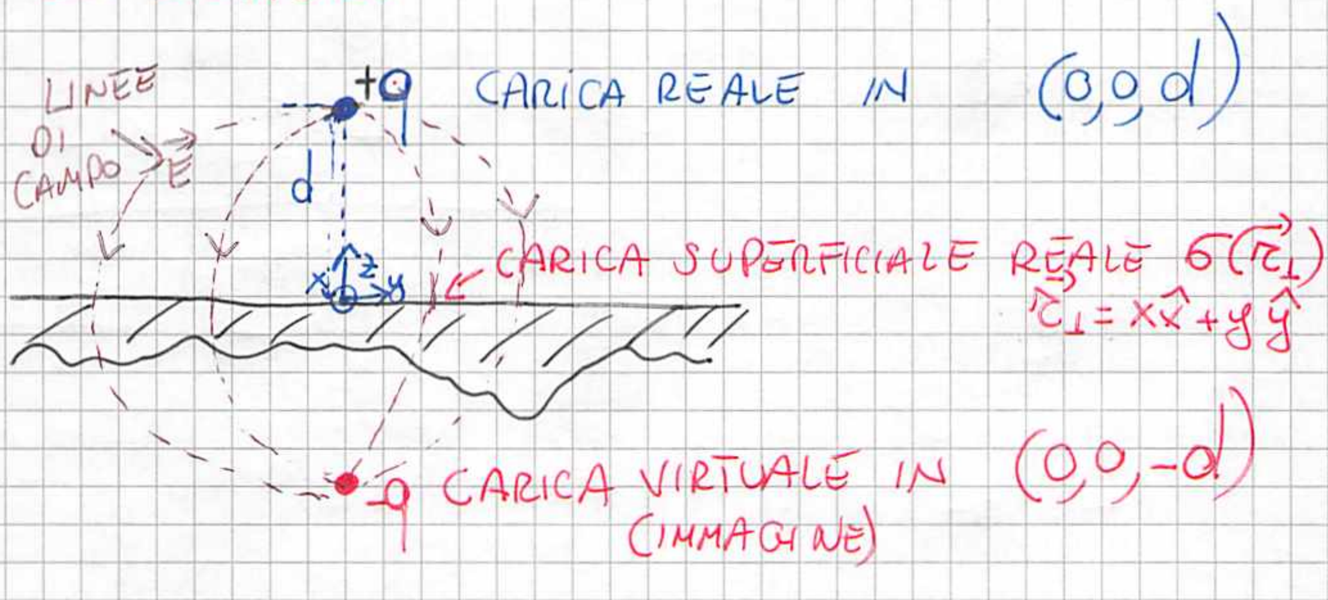
$\Downarrow$

$\vec{E}(x,y,0) \perp$ A PIANO

SODDISFATTA CONDIZIONE (2)

DATO CHE LA SOLUZIONE È UNICA, ABBIAMO TROVATO L'UNICA SOLUZIONE POSSIBILE

CARICA PUNTUALE DAVANTI UN PIANO CONDUTTORE



- CAMPO NEL SEMISPAZIO $z > 0$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{|\vec{r}-\hat{z}d|^2}\frac{\vec{r}-\hat{z}d}{|\vec{r}-\hat{z}d|} - \frac{q}{|\vec{r}+\hat{z}d|^2}\frac{\vec{r}+\hat{z}d}{|\vec{r}+\hat{z}d|}\right]$$

- CAMPO APPENA SOTTO LA SUPERFICIE METALLICA

$$\vec{E}(x,y,0^-) = \vec{0}$$

- CAMPO APPENA SOPRA LA SUPERFICIE

$$\vec{E}(x,y,0^+) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{(x^2+y^2+d^2)^{3/2}}(-2d)\hat{z}\right] = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{d\,\hat{z}}{(r_\perp^2+d^2)^{3/2}}$$

- CARICA SUPERFICIALE REALE

$$\sigma(x,y) = \varepsilon_0 \, \hat{n} \cdot \vec{E}(x,y,0^+) = -\frac{q}{2\pi} \frac{d}{(r_\perp^2 + d^2)^{3/2}}$$

INTEGRALE SU TUTTA LA SUPERFICIE

$$q_{SUP} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{+\infty} dr_\perp \, r_\perp \, \sigma(r_\perp) = 2\pi \int_0^{+\infty} dr_\perp \left(\frac{-q}{2\pi}\right) \frac{r_\perp d}{(r_\perp^2 + d^2)^{3/2}} =$$

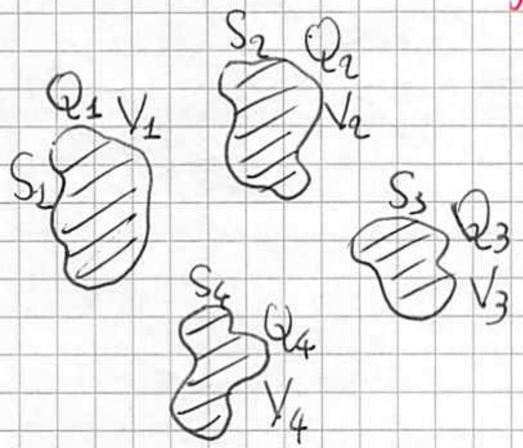
$$= -qd \left(- \frac{1}{\sqrt{r_\perp^2 + d^2}} \Bigg|_0^{+\infty} \right) = -q$$

$$\boxed{q_{SUP} = -q}$$

LA CARICA TOTALE REALE DI SUPERFICIE È UGUALE A QUELLA VIRTUALE

LEZIONE 13.5

ENERGIA INSIEME DI CORPI CONDUTTORI (IN ASSENZA DI $\rho(\vec{r})$)



$$\boxed{\text{ENE} = \frac{1}{2}\int d^3r\, V(\vec{r})\rho(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{\text{NUMERO CORPI}} \frac{1}{2}\int_{S_i} d^2a\, \underbrace{V(\vec{r})}_{\text{COSTANTE SU CIASCUN CORPO}}\sigma(\vec{r}) = \frac{1}{2}\sum_i V_i \int_{S_i} d^2a\,\sigma(\vec{r}) = \frac{1}{2}\sum_i V_i Q_i}$$

RELAZIONE FRA $Q_i \Leftrightarrow V_i$?

$\Downarrow$

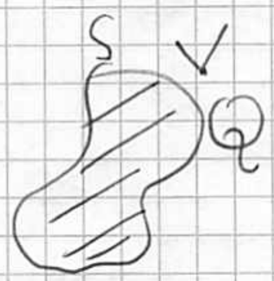
CAPACITÀ

$$\text{ENE.} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int d^3r\, |\vec{E}(\vec{r})|^2 \geq 0$$

$$\boxed{\text{ENE} \geq 0}$$

$$\text{ENE} = 0 \;\Downarrow\; \vec{E}(\vec{r}) = \vec{0} \;\; \forall \vec{r} \;\Downarrow\; V_i = 0 \quad Q_i = 0$$

CAPACITÀ DI UN SINGOLO CONDUTTORE



$\forall \vec{r} \in S$

SE $V' = V'(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3r' \frac{\sigma'(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$ (1)

SOLUZIONE DEL PROBLEMA ELETTROSTATICO

$\hookrightarrow V = \alpha V'$ dove α = COSTANTE REALE

$\sigma = \alpha \sigma'(\vec{r}\,')$ BUONA SOLUZIONE (EQ (1) LINEARE IN $\sigma(\vec{r}\,')$)

$Q = \alpha Q'$

$\Downarrow$

$\frac{Q}{V} = \frac{Q'}{V'}$ = COSTANTE CHE DIPENDE SOLO DALLA FORMA DEL CONDUTTORE =

= CAPACITÀ = C

$$\boxed{Q = C\,V}$$

C = CAPACITÀ DEL CONDUTTORE $= \left[\frac{V}{C}\right] = [\text{FARAD}]$

$$\boxed{\text{ENE} = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} C V^2}$$

PER UN POTENZIALE DATO

C CAPACITÀ DI ACCUMULARE CARICA ED ENERGIA

ESEMPIO: CAPACITÀ SFERA CONDUTTRICE DI RAGGIO r_M

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_M}$$

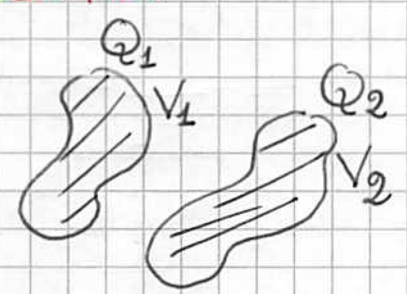
$$Q = 4\pi\varepsilon_0 r_M V$$

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 r_M}$$

SE $r_M = 1\,m$ $\quad C = 4\pi\, 9\times10^{-12}$ FARAD $= 1{,}1\times10^{-10}$ FARAD

$= 0{,}1\ \eta$ FARAD

CONDENSATORE: 2 CONDUTTORI GLOBALMENTE NEUTRI



$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$\boxed{Q_1 = Q} \quad Q_2 = -Q$$

$$\boxed{\Delta V = V_1 - V_2}$$

SE $V'(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \int_{S_i} d^2a' \frac{\sigma'(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ SOLUZIONE DEL PROBLEMA ELETTROSTATICO

$$\Downarrow$$

$V(\vec{r}) = \alpha V'(\vec{r}) \quad \sigma(\vec{r}') = \alpha \sigma'(\vec{r}')$ BUONA SOLUZIONE

$$\Downarrow$$

$$Q = \alpha Q' \quad \Delta V = \alpha \Delta V'$$

$\frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q'}{\Delta V'} =$ COSTANTE = CAPACITÀ CONDENSATORE $= C$

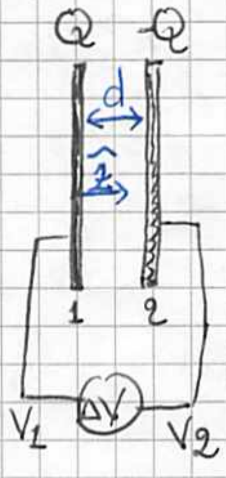
$$\boxed{Q = C \Delta V}$$

$$ENE = \frac{1}{2}\left[V_1 Q_1 + V_2 Q_2\right] = \frac{1}{2} Q_1 (V_1 - V_2) = \frac{1}{2} Q \Delta V$$

$$\boxed{ENE = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2} \quad \boxed{\begin{array}{l} Q = Q_1 = -Q_2 \\ \Delta V = V_1 - V_2 \end{array}}$$

- $ENE > 0 \Rightarrow C > 0$
- EQUAZIONI SIMILI A QUELLE DI CAPACITÀ DI UN CORPO CONDUTTORE

ESEMPIO: CONDENSATORE A PLACCHE PARALLELE



AREA PLACCHE $= S$ (BORDO TRASCURABILE SE $\sqrt{S} \gg d$)

A L'ESTERIORE DELLE PLACCHE $E = 0$

A L'INTERIORE (GAUSS)

$$\vec{E} = \frac{\hat{z}}{\varepsilon_0} \frac{Q}{S}$$

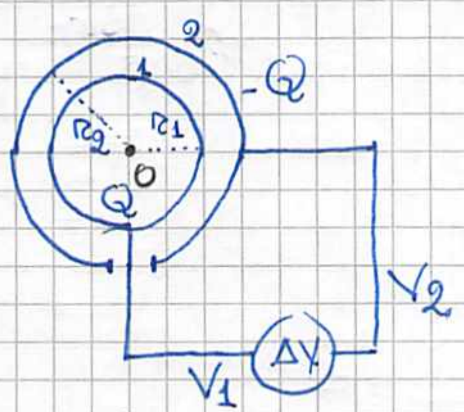
$$V_1 - V_2 = -\int_{\ell_{2\to1}} d\vec{r} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = d|\vec{E}| = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} d$$

$$Q = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \Delta V$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}}$$

$S = 1\,m^2$ $d = 1\,mm$ $C = \frac{9 \times 10^{-12}}{10^{-3}} \simeq 1 \times 10^{-8} = 10\,n$ FARAD

2 SFERE CONDUTTRICI CONCENTRICHE



$\vec{r} \in$ ESTERNO SFERA 2 $\quad \vec{E}(\vec{r}) = \vec{0}$

$$V_2 = 0$$

$\vec{r} \in$ FRA DUE SFERE $\quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$

$$V_1 - V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r_2}$$

$$\Delta V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) Q$$

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \right) = 4\pi\varepsilon_0 r_1 \frac{r_2}{\Delta r}}$$

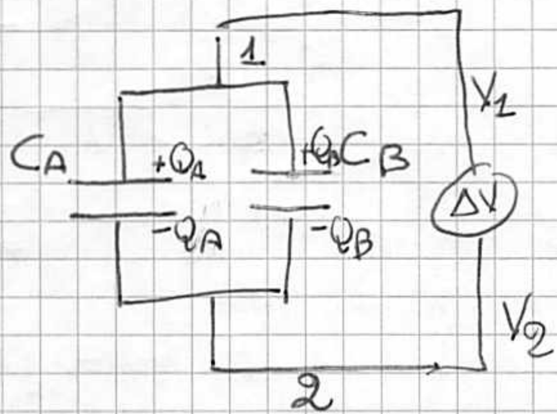
SE $r_1 \sim r_2 = r \quad C = 4\pi\varepsilon_0 r \frac{r}{\Delta r}$

RISPETTO A CASO CON UNA SFERA CAPACITÀ AUMENTATA DI UN FATTORE

$$\frac{r}{\Delta r} \gg 1 \quad \text{SE } \Delta r \gg r$$

ASSOCIAZIONE DI CONDENSATORI

- IN PARALLELO



$$Q_A = C_A \Delta V$$

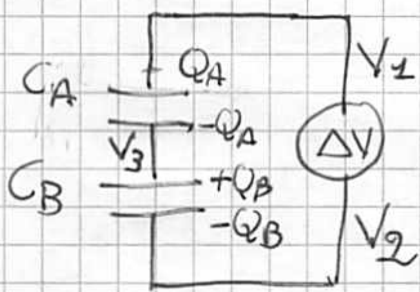
$$Q_B = C_B \Delta V$$

$$Q = Q_A + Q_B = C_A \Delta V + C_B \Delta V = (C_A + C_B)\Delta V$$

$$\boxed{C = C_A + C_B}$$

CAPACITÀ IN PARALLELO SI SOMMANO

- IN SERIE



$$-Q_A + Q_B = 0$$

$$Q_A = Q_B$$

$$\Delta V = V_1 - V_2 = (V_1 - V_3) + (V_3 - V_2) = \frac{1}{C_A} Q_A + \frac{1}{C_B} Q_B$$

$$= \left(\frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B}\right) Q = \frac{1}{C} Q$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B}}$$

GLI INVERSI DELLE CAPACITÀ IN SERIE SI SOMMANO

$$C = \frac{C_A C_B}{C_A + C_B}$$

SE $C_A = C_B$

$$C = \frac{1}{2} C_A$$

LA CAPACITÀ SI RIDUCE