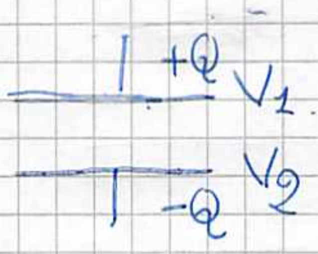
OTTIMIZZAZIONE ENERGIA CON CONDENSATORE

$C(\lambda)$ $\qquad \lambda$ = PARAMETRO GEOMETRICO DA OTTIMIZZARE



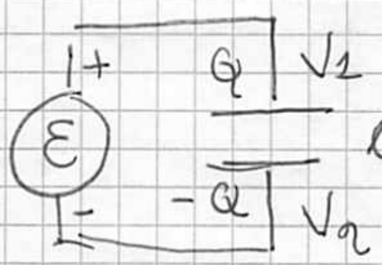
$$\Delta V = V_1 - V_2$$

$$Q = C(\lambda)\,\Delta V$$

CONDENSATORE ISOLATO (Q FISSATO)

$$ENE(\lambda) = \frac{1}{2}\Delta V Q = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C(\lambda)} \qquad \min_{\lambda} ENE(\lambda) \Leftrightarrow \boxed{\max_{\lambda} C(\lambda)}$$

CONDENSATORE IN SERIE SU GENERATORE (ΔV FISSATO)



$$\Delta V = V_1 - V_2 = \mathcal{E}$$

$$ENE_{COND}(\lambda) = \frac{1}{2}\Delta V Q = \frac{1}{2}C(\lambda)\mathcal{E}^2$$

VARIAZIONE ENERGIA GENERATORE = −(LAVORO FATTO DAL GENERATORE PER MANTENERE IL POTENZIALE COSTANTE UGUALE A $\mathcal{E}$)

$$\Delta ENE_{GEN} = -(\Delta Q\,\mathcal{E}) \qquad \boxed{ENE_{GEN} = -Q\mathcal{E} + \underbrace{COST}_{\substack{\text{PER COMODITÀ} \\ 0}} = -Q\mathcal{E}}$$

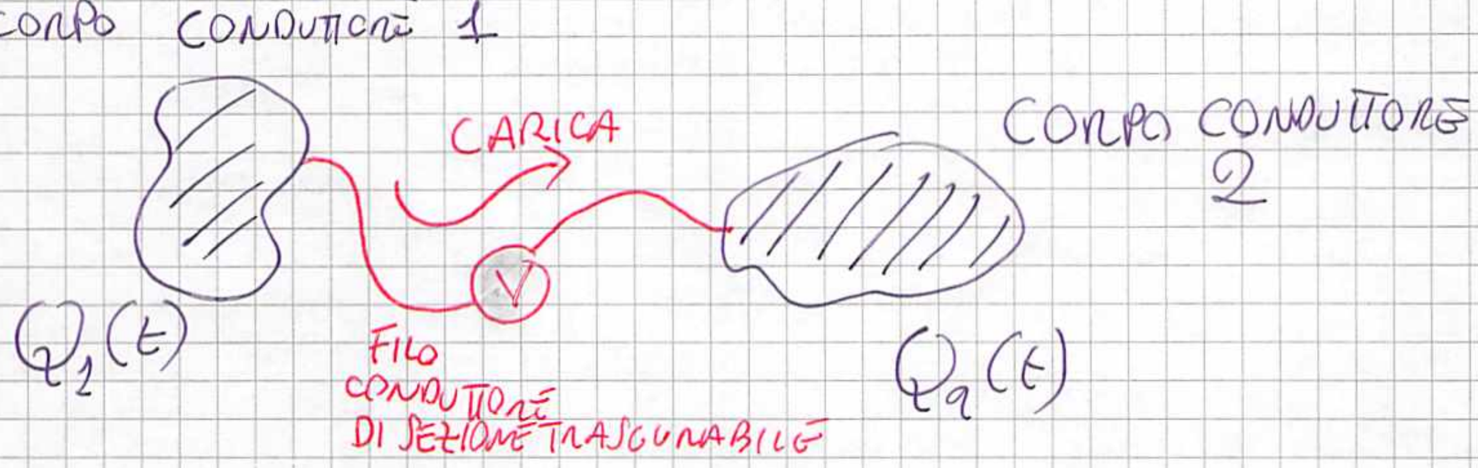
$$\min_{\lambda}\left[ENE_{COND} + ENE_{GEN}\right] = \frac{1}{2}C(\lambda)\mathcal{E}^2 - Q\mathcal{E} = -\frac{1}{2}C(\lambda)\mathcal{E}^2$$

$$\Updownarrow$$

$$\max_{\lambda} C(\lambda)$$

MOVIMENTO DI CARICHE ELETTRICHE

CORRENTE ELETTRICA I



- CONSERVAZIONE DELLA CARICA

$$Q_1(t) + Q_2(t) = \text{COSTANTE}$$

$$\Downarrow$$

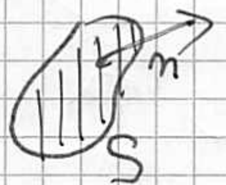
$$\frac{dQ_2(t)}{dt} = -\frac{dQ_1(t)}{dt}$$

- CARICA CHE PASSA DAL FILO NEL SENSO DELLA FRECCIA (CONVENZIONE)

$$I(t) \overset{def}{\equiv} \underset{\text{ELETTRICA}}{\text{CORRENTE}} = \frac{dQ_2(t)}{dt} = \left[\frac{C}{s}\right] = [\text{AMPERE}] = [A]$$

DENSITÀ DI CORRENTE VOLUMETRICA

$\vec{J}(\vec{r})$ = CAMPO VETTORIALE :



SUPERFICIE ORIENTATA

$$\Phi_S(\vec{J}) = \int_S d\vec{a} \cdot \vec{J}(\vec{r})$$ = CARICA CHE PASSA ATTRAVERSO AD S PER UNITÀ DI TEMPO (NELLA DIREZIONE DATA DALL'ORIENTAMENTO DI S)

$$[\vec{J}] = \left[\frac{AMPERE}{m^2}\right] = \left[\frac{C}{s\,m^2}\right]$$

- A LIVELLO MICROSCOPICO

$$\vec{J}(\vec{r}) = \lim_{\Delta V \to 0} \sum_{i \in \Delta V} \frac{q_i \vec{v}_i}{\Delta V} \stackrel{\text{SE } q_i = q}{=}$$

$\vec{v}_i$: VELOCITÀ CARICA i

ΔV: VOLUME INTERNO A r

$$\lim_{\Delta V \to 0} \sum_i \frac{\vec{v}_i}{N} \frac{qN}{\Delta N} = \vec{v}_M(\vec{r})\,\rho_M(\vec{r})$$

N: NUMERO DI CARICHE IN ΔV

$\vec{v}_M$: VELOCITÀ MEDIA PORTATORI

ρ_M: DENSITÀ MEDIA PORTATORI

DESITA DI SUPERFICIE DI CORRENTE

$\vec{K}(\vec{r})$ = CORRENTE CONFINATA SU DI UNA SUPERFICIE BIDIMENSIONALE DI SPESSORE 0 $= \vec{V}_M(\vec{r}) \cdot \sigma_M(\vec{r}) = \left[\frac{AMPERE}{M}\right]$

$\vec{K}(\vec{r})$, $\vec{V}_M(\vec{r})$ // ALLA SUPERFICIE IN $\vec{r}$

DENSITÀ LINEARE DI CORRENTE

$\vec{I}(\vec{r})$ = CORRENTE CONFINATA SU UN FILO DI SEZIONE DI RAGGIO 0 $= \vec{V}_M(\vec{r})\, \lambda(\vec{r}) = [AMPERE]$

$\vec{I}(\vec{r})$, $\vec{V}_M(\vec{r})$ // AL FILO IN $\vec{r}$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ PER $\vec{J}(\vec{r})$

FLUSSO DA UNA SUPERFICIE CHIUSA S

$$\Phi_S(\vec{J}) = \text{CARICA CHE ESCE DAL VOLUME V PER UNITÀ DI TEMPO} = -\frac{d}{dt}\int_V d^3r\, \rho(\vec{r})$$

S ↓ RACCHIUDE IL VOLUME V

⇓ TEOREMA DIVERGENZA

$$\Phi_S(\vec{J}) \overset{\text{TEOREMA DIVERGENZA}}{=} \int_V d^3r\, \vec{\nabla}\cdot\vec{J}(\vec{r}) = -\frac{d}{dt}\int_V d^3r\, \rho(\vec{r})$$

$\forall V$ ⇓

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{J}(\vec{r},t) = -\frac{d}{dt}\rho(\vec{r},t)}$$

MAGNETOSTATICA

$\vec{J}(\vec{r},t)$ E $\rho(\vec{r},t)$ COSTANTI NEL TEMPO

EQ. DI CONTINUITÀ

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J}(\vec{r}) = -\frac{d}{dt}\rho(\vec{r}) = 0$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{J}(\vec{r}) = 0}$$

NEL CASO DI CORRENTI LINEARI

$\left|\vec{I}(\vec{R})\right| = I$ INDIPENDENTE DA $\vec{R}$

LEGGE DI BIOT-SAVART E FORZA DI LORENTZ

OSSERVAZIONE SPERIMENTALE:

IN PRESENZA DI CORRENTI ELETTRICHE STATICHE $\vec{J}(\vec{r})$ E DENSITÀ DI CARICA STATICHE

UNA CARICA PUNTIFORME q IN $\vec{r}$ CHE SI MUOVE CON VELOCITÀ $\vec{v}$

È SOGGETTA AD UNA FORZA

$$\boxed{\vec{F}_q = q\,\vec{E}(\vec{r}) + \overbrace{q\left[\vec{v} \wedge \vec{B}(\vec{r})\right]}^{\text{FORZA DI LORENTZ}}}$$

DOVE $\vec{E}(\vec{r})$ LEGGE COULOMB

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^2} \wedge \frac{(\vec{r} - \vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}}$$

LEGGE DI BIOT-SAVART

$\vec{B}(\vec{r})$ = CAMPO VETTORIALE = CAMPO MAGNETICO

$$\boxed{\mu_0 = \text{PERMEABILITÀ MAGNETICA DEL VUOTO} = 4\pi\, 10^{-7} \left[\frac{m^4 \, kg}{s^2 \, C^2}\right]}$$

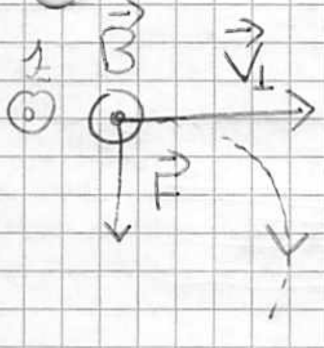
$$\boxed{c = \text{VELOCITÀ DELLA LUCE} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}} \simeq 300\,000 \, \frac{Km}{s}$$

MOTO CARICA IN CAMPO $\vec{B}$ UNIFORME

$$m\dot{\vec{v}} = q\,\vec{v}\wedge\vec{B} \qquad \vec{B} = \hat{z}B$$

$$m\dot{v}_z = 0 \qquad z = z_0 + v_z^0\, t$$

$$m\ddot{\vec{r}}_\perp = qB\,\dot{\vec{r}}_\perp\wedge\hat{z}$$



$$\vec{r}_\perp = \vec{r}_\perp^{\,c} + \overbrace{R\cos(-\omega t+\varphi)\,\hat{x} + R\sin(-\omega t+\varphi)\,\hat{y}}^{\vec{R}_\perp(t)}$$

$$\dot{\vec{r}} = \omega\,\vec{R}\wedge\hat{z}$$

$$\ddot{\vec{r}} = -\omega^2\vec{R}$$

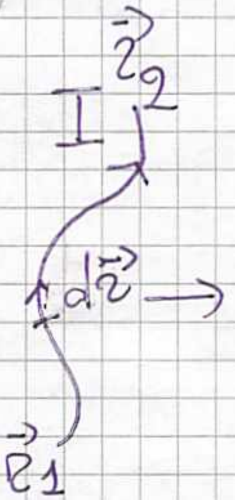
$$-m\omega^2\vec{R} = qB\omega\left(\vec{R}\wedge\hat{z}\right)\wedge\hat{z} = -qB\omega\vec{R}$$

$$\boxed{\omega = q\frac{B}{m}} \qquad |\vec{v}_\perp| = \omega R \qquad R = \frac{v_\perp}{\omega}$$

$$\boxed{R = \frac{v_\perp m}{Bq}} \qquad \frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V \qquad v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}}$$

$$\boxed{R = \sqrt{2}\,\frac{\sqrt{\Delta V}}{B}\sqrt{\frac{m}{q}}}$$

FORZA DI LORENZ SU UN FILO RETTILINEO PERCORSO DA UNA CORRENTE I

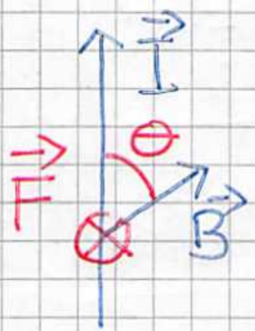


$$d\vec{F} = \Big(\underbrace{\sum_{i \in d\vec{l}} q_i \vec{v}_i}_{I\,d\vec{r}}\Big) \wedge \vec{B}(\vec{r}) = I\,d\vec{r} \wedge \vec{B}(\vec{r})$$

$$\boxed{\vec{F} = I \int_{\vec{r}_1 \to \vec{r}_2} d\vec{r} \wedge \vec{B}(\vec{r})}$$

ESEMPIO

FILO RETTILINEO IN CAMPO UNIFORME $\vec{B}$



$$\underbrace{\frac{\vec{F}}{L}}_{\text{FORZA PER UNITÀ DI LUNGHEZZA}} = \frac{I \int_{\mathcal{L}} d\vec{r} \wedge \vec{B}}{\int_{\mathcal{L}} |d\vec{r}|} = \hat{I} \wedge \vec{B}$$

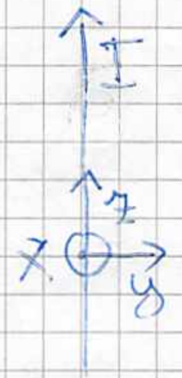
$$\left|\frac{\vec{F}}{L}\right| = IB|\sin\theta|$$

CAMPO INDOTTO DA CORRENTI FILARI (LEGGE BIOT-SAVART PER FILI)

$$d^3r' \vec{J}(\vec{r}') \Longrightarrow d\vec{I} = d\vec{r}' I$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{\mathcal{L}} \frac{d\vec{r}' \wedge (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

CAMPO MAGNETICO FILO RETTILINEO INFINITO



$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\hat{z}\wedge\Bigg(\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} dz' \,\frac{\vec{r} - z'\hat{z}}{|\vec{r} - z'\hat{z}|^3}}_{\vec{C}(\vec{r})}\Bigg)$$

$$z'' = z - z'$$

$$C_z(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz'' \,\frac{z''}{(r_\perp^2 + z''^2)^{3/2}}$$

INTEGRANDO ANTISIMMETRICO $= 0$

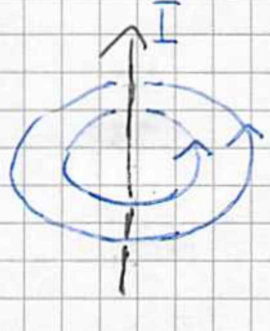
$$s = \frac{z''}{r_\perp}$$

$$C_x(\vec{r}) = x\int_{-\infty}^{+\infty} dz'' \,\frac{1}{(r_\perp^2 + z''^2)^{3/2}} = \frac{x}{r_\perp^2}\int_{-\infty}^{+\infty} ds\,\frac{1}{(s^2+1)^{3/2}}$$

$$= \frac{x}{r_\perp^2}\left(\frac{s}{\sqrt{s^2+1}}\Bigg|_{-\infty}^{+\infty}\right) = \frac{2x}{r_\perp^2}$$

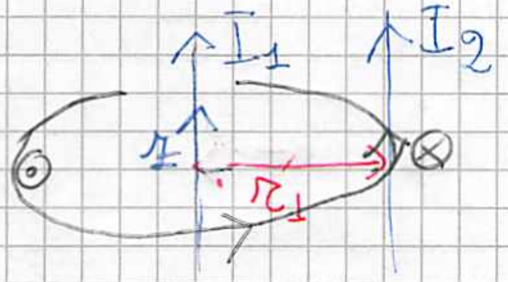
$$\vec{C}(\vec{r}) = 2\,\frac{\vec{r}_\perp}{r_\perp^2}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{2\pi} I\,\frac{\hat{z}\wedge\vec{r}_\perp}{r_\perp^2}$$



$\rightarrow$ GIRA INTORNO AL FILO CON REGOLA MANO DESTRA E DECRESCE COME $\frac{1}{r_\perp}$ IN MODULO

FORZE FRA FILI RETTILINEI PARALLELI PERCORSI DA CORRENTI



$$\frac{\vec{F}_2}{L} = \vec{I}_2 \wedge \vec{B}_1 = I_2 \hat{z} \wedge \left(\frac{\mu_0}{2\pi} I_1 \frac{\hat{z} \wedge \vec{r}_\perp}{r_\perp} \right.$$

$$= -\frac{\vec{r}_\perp}{r_\perp} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r_\perp} = -\frac{\vec{F}_1}{L}$$

SE LE CORRENTI HANNO LO STESSO VERSO

FORZA ATTRATIVA

SE " " " VERSO OPPOSTO

FORZA REPULSIVA

POTENZIALE VETTORE

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} \wedge \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$\boxed{\vec{A}(\vec{r}) \overset{def}{=} \text{POTENZIALE VETTORE (CAMPO VETTORIALE} \overset{def}{=} \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \vec{\nabla}_{\vec{r}} \wedge \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \left[-\vec{J}(\vec{r}') \wedge \Big(\underbrace{\vec{\nabla}_r \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}}_{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}} \Big) \right] = \vec{B}(\vec{r})$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}(\vec{r}) = \vec{B}(\vec{r})}$$

[ANALOGO AL CASO ELETTROSTATICO

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3r' \, \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \qquad \vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$$]

INVARIANZA DI GAUGE

SE NON CHIEDO CHE $V(\infty)=0$

$$V'(\vec{r}) = V(\vec{r}) + C \qquad \vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V'(\vec{r})$$

ANALOGAMENTE SE

$$\vec{A}'(\vec{r}) = \vec{A}(\vec{r}) + \vec{\nabla} \cdot f(\vec{r})$$ DOVE $f(\vec{r})$ CAMPO SCALARE ARBITRARIO

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\vec{\nabla} f(\vec{r})\right) = \vec{0} \Rightarrow \vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}'(\vec{r})$$

EQUAZIONI DI MAXWELL PER CAMPO MAGNETICO STATICO

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{A}(\vec{r})\right) = 0$$

$$\forall \vec{F}(\vec{r}) \quad div\left(rot\,\vec{F}(\vec{r})\right) = 0$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r}) = 0}$$

3^a EQ. DI MAXWELL STATICA

IDENTITÀ VETTORIALE

$$\vec{a}\wedge\left(\vec{b}\wedge\vec{c}\right) = \vec{b}\left(\vec{a}\cdot\vec{c}\right) - \left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)c$$

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{B}(\vec{r}) = \underset{rot}{\overset{\vec{a}}{\vec{\nabla}}}\wedge\left(\underset{rot}{\overset{\vec{b}}{\vec{\nabla}}}\wedge\overset{\vec{c}}{\vec{A}(\vec{r})}\right) =$$

$$= \underset{grad}{\overset{\vec{b}}{\vec{\nabla}}}\left(\underset{div}{\overset{\vec{a}}{\vec{\nabla}}}\cdot\overset{\vec{c}}{\vec{A}(\vec{r})}\right) - \underbrace{\left(\overset{a}{\vec{\nabla}}\cdot\overset{b}{\vec{\nabla}}\right)}_{\underbrace{\nabla^2}_{\text{LAPLACIANO}}}\vec{A}(\vec{r})$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3r'\,\vec{J}(\vec{r}\,')\cdot\vec{\nabla}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} =$$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3r'\,\vec{J}(\vec{r}\,')\cdot\vec{\nabla}'\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} =$$

EQUAZIONE CONTINUITÀ CASO STATICO

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3r'\left[\vec{\nabla}'\left[\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right] - \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\underbrace{\vec{\nabla}'\cdot\vec{J}(\vec{r}\,')}_{=0}\right] =$$

TEOREMA DIVERGENZA

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi}\lim_{R\to\infty}\int_{S_R} d^2\vec{a}\cdot\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} = 0$$

S_R: SFERA RAGGIO R

SE $\vec{J}(\vec{r}\,') = \vec{0}$ ALL'INFINITO

$\vec{J}(\vec{r}\,')$ LOCALIZZATA

$$-\nabla^2 A_x(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}(-\nabla^2)\int d^3r\,\frac{J_x(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} = \mu_0 J_x(\vec{r})$$

PER ANALOGIA

$$-\nabla^2 V(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(-\nabla^2)\int d^3r'\,\frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\wedge\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0\vec{J}(\vec{r})}$$

4ª EQ DI MAXWELL STATICA

FORME INTEGRALI DELL'EQ. DI MAXWELL

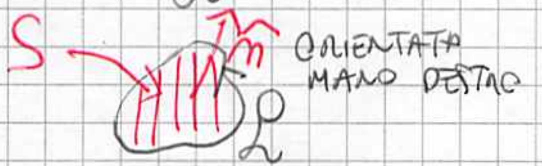
TEO DIV — 3^a EQ MAXWELL

$$\Phi_S(\vec{B}) \stackrel{\downarrow}{=} \int_V d^3r\, \vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r}) \stackrel{\downarrow}{=} 0$$

$$\boxed{\Phi_S(\vec{B}) = 0 \quad \forall S \text{ CHIUSA}}$$

TEO STOKES — 4^a EQ MAXWELL

$$\oint_{\mathcal{L}} d\vec{r}\cdot\vec{B}(\vec{r}) \stackrel{\downarrow}{=} \int_{S_{\mathcal{L}}} d^2\vec{a}\cdot\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{B}(\vec{r})\right) \stackrel{\downarrow}{=} \mu_0 \int_S d^2\vec{a}\cdot\vec{J}(\vec{r})$$



$$\boxed{\oint_{\mathcal{L}} d\vec{r}\cdot\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0\, \Phi_{S_{\mathcal{L}}}(\vec{J})}$$

TEOREMA DI AMPERE

RIASSUNTO

EQ. COULOMB

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3r'\,\rho(\vec{r}\,')\,\frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2\,|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r}) \\ V(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int d^3r'\,\frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0} \\ \vec{\nabla}\wedge\vec{E}(\vec{r}) = \vec{0} \end{cases}$$

EQ. MAXWELL STATICHE

$$\Updownarrow$$

TEO GAUSS

$$\begin{cases} \Phi_S(\vec{E}) = \dfrac{\text{CARICHE IN } V_S}{\varepsilon_0} \\ \displaystyle\oint_{\mathcal{L}} d\vec{r}\cdot\vec{E}(\vec{r}) = 0 \end{cases}$$

$$\Big\Downarrow \text{CARICHE LOC} + \vec{E}(\infty) = \vec{0}$$

EQ COULOMB

EQ. BIOT-SAVART

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3r'\,\vec{J}(\vec{r}\,')\wedge\frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|\,|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla}\wedge\vec{A}(\vec{r}) \\ \vec{A}(\vec{r}) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int d^3r'\,\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r}) = 0 \\ \vec{\nabla}\wedge\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0\vec{J}(\vec{r}) \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

TEO AMPERE

$$\begin{cases} \Phi_S(\vec{B}) = 0 \\ \displaystyle\oint_{\mathcal{L}} d\vec{r}\cdot\vec{B}(\vec{r}) = \Phi_{S_{\mathcal{L}}}(\vec{J}) \end{cases}$$

$$\Big\Downarrow \text{CORRENTI LOCALIZZATE}\quad \vec{B}(\infty) = 0$$

EQ BIOT-SAVART

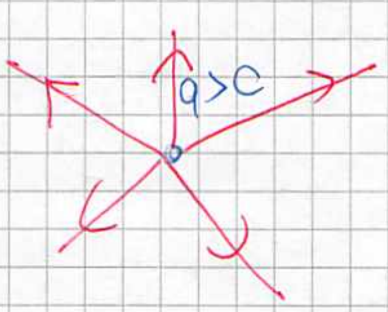
RIASSUNO LINEE DI FORZA

$\vec{E}(\vec{r})$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r})=\frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$$

ESCONO DALLE CARICHE POSITIVE PER ANDARE VERSO LE NEGATIVE O ALL'INFINITO

$\vec{\nabla}\wedge\vec{E}(\vec{r})$ NON CIRCOLANO



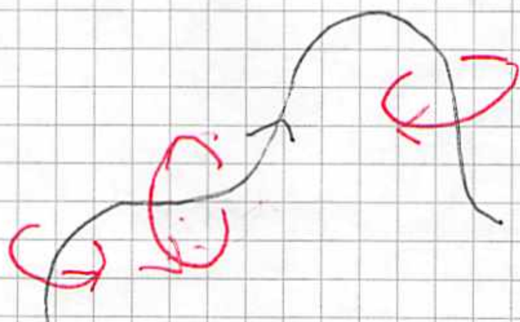
$\vec{B}(\vec{r})$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r})=0$$

SONO CHIUSE SU LORO STESSE O SONO APERTE CON ENTRAMBE LE ESTREMITÀ ALL'INFINITO

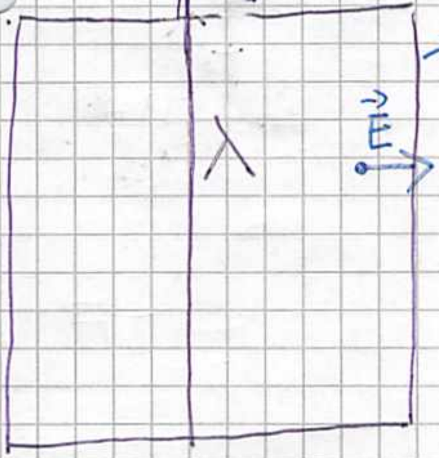
$$\vec{\nabla}\wedge\vec{B}(\vec{r})=\mu_0\vec{J}(\vec{r})$$

CIRCOLANO CON LA REGOLA DELLA MANO DESTRA INTORNO ALLE CORRENTI



$\vec{B}(\vec{r})$ È UN VETTORE?

DENSITÀ DI CARICA LINEARE



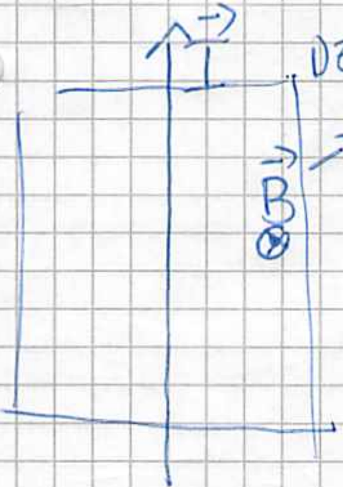
→ PIANO LAVAGNA
PIANO DI SIMMETRIA A SPECCHIO PER LA CARICA

$\Downarrow$

$\vec{E}(\vec{r}) \parallel$ PIANO DI SIMMETRIA

$\Downarrow$

$\vec{E}(\vec{r})$ $\vec{r} \in$ LAVAGNA STA SULLA LAVAGNA



DENSITÀ DI CORRENTE LINEARE

→ PIANO LAV. PIANO DI SIMMETRIA

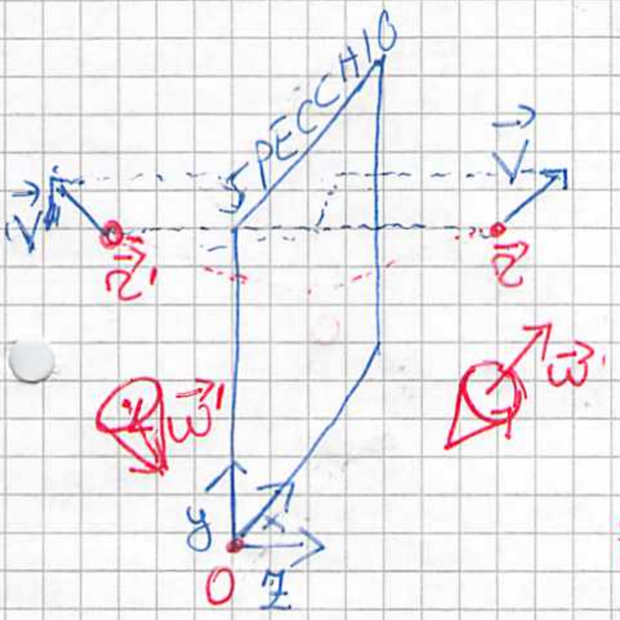
MA $\vec{B}(\vec{r}) \perp$ PIANO LAVAGNA SE $\vec{r} \in$ LAV

?

VETTORI E PSEUDOVETTORI IN UNO SPECCHIO

VETTORI ES. $\vec{r}$ = POSIZIONE (SE O ∈ SPECCHIO)

$\vec{V}$ = VELOCITÀ DI UNA PARTICELLA



$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} \qquad \vec{V}' = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ -V_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \vec{r}' = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -z \end{pmatrix}$$

PSEUDOVETTORI

ES VELOCITÀ ANGOLARE (VETTORE) $\vec{\omega}$

MOMENTO ANGOLARE $m\,\vec{r} \wedge \vec{V} = \vec{L}$

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \qquad \vec{\omega}' = \begin{pmatrix} -\omega_x \\ -\omega_y \\ +\omega_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{L} = m \cdot \begin{pmatrix} yV_z - zV_x \\ zV_x - xV_z \\ xV_y - yV_x \end{pmatrix}$$

$$L' = m\,\vec{r}' \wedge \vec{V}' = \begin{pmatrix} -L_x \\ -L_y \\ +L_z \end{pmatrix}$$

CAMPO MAGNETICO PSEUDOVETTORE

$\vec{J}(\vec{r})$ SIMMETRICA RISPETTO AL PIANO $z=0$

$$J_x(x,y,z) = J_x(x,y,-z)$$
$$J_y(x,y,z) = J_y(x,y,-z)$$
$$J_z(x,y,z) = -J_z(x,y,-z)$$

$\Downarrow$ DA EQ. BIOT-SAVART

$$\begin{cases} B_x(x,y,z) = -B_x(x,y,-z) \\ B_y(x,y,z) = -B_y(x,y,-z) \\ B_z(x,y,z) = +B_z(x,y,-z) \end{cases}$$

LEMMA

SUL PIANO DI SIMMETRIA $(z=0)$

$$B_x(x,y,0) = -B_x(x,y,0) = 0$$
$$B_y(x,y,0) = -B_y(x,y,0) = 0$$

$\Downarrow$

$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) \perp \text{PIANO SIMMETRIA} \quad \text{PER } \vec{r} \in \text{PIANO}}$

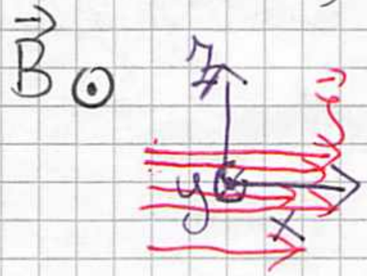
$\vec{B}(\vec{r})$ E SIMMETRIE

CILINDRICA (PIANI PASSANTI PER L'ASSE / SIM. SPECCHIO) + INVARIANZA RISPETTO A θ, z

$$\vec{J}(\vec{r}) = \vec{J}(r_\perp) \rightarrow \boxed{\vec{B}(\vec{r}) = B(r_\perp)\, \hat{z} \wedge \frac{\vec{r}_\perp}{r_\perp}}$$

PLANARE (PIANI $y=\text{cost}$ / SIM. SPECCHIO + TRASLAZIONE x, y)

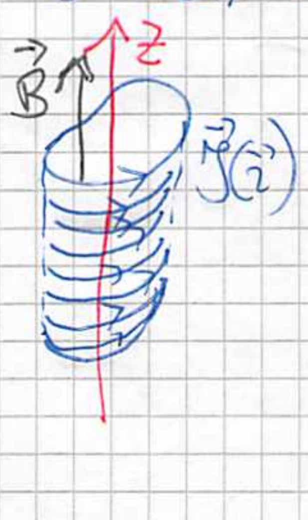
$$\vec{J}(\vec{r}) = \hat{x}\, J_x(z) \qquad \boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \hat{y}\, B_y(z)}$$



+ SIMMETRICA RISPETTO A $z=0$

$$J_x(z) = J_x(-z) \qquad \boxed{B_y(z) = -B_y(-z)}$$

SOLENOIDE INFINITO (PIANI $z=\text{COST}$ / SIM. SPECCHIO)



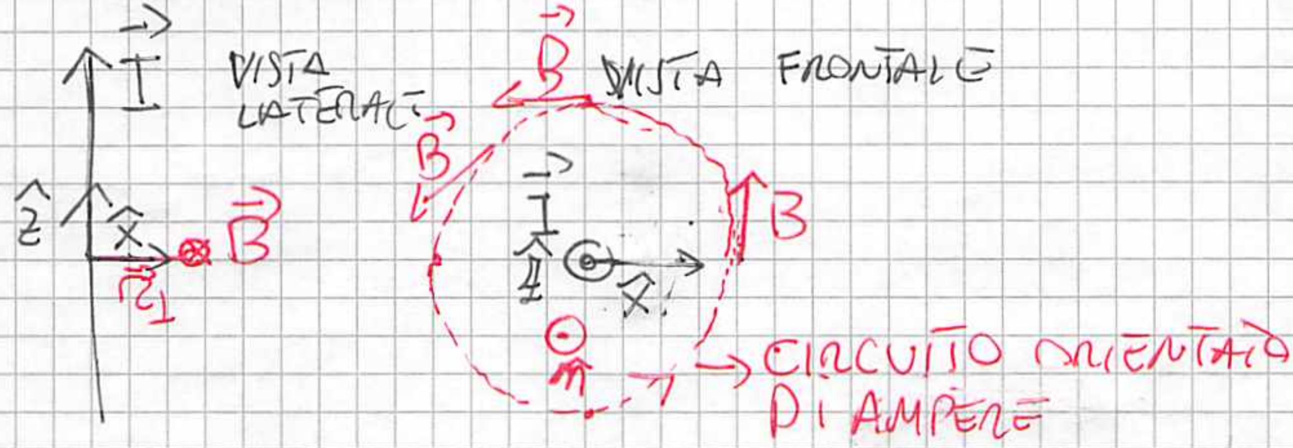
$$\vec{J}(\vec{r}) = \hat{x}\, J_x(\vec{r}_\perp) + \hat{y}\, J_y(\vec{r}_\perp)$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \hat{z}\, B_z(\vec{r}_\perp)}$$

DETERMINAZIONE DI $\vec{B}(\vec{r})$ CON TEOREMA DI AMPERE

- FILO RETTILINEO PERCORSO DA CORRENTE



PER SIMMETRIA
$$\vec{B}(\vec{r}) = f(r_\perp)\, \hat{I} \wedge \frac{\vec{r}_\perp}{r_\perp}$$

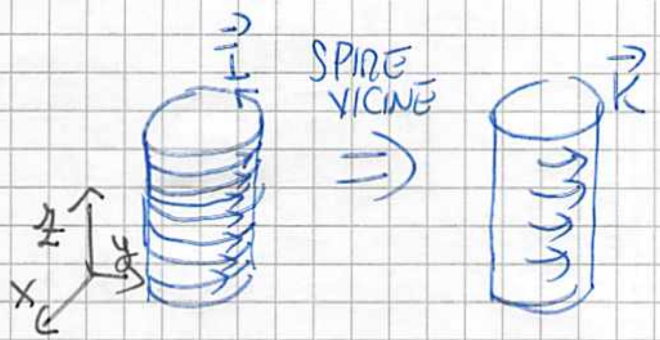
$$\oint_{\mathcal{L}} d\vec{r} \cdot \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \, \text{CORRENTE PER } \mathcal{L} = \mu_0 I$$

$$\oint_{\mathcal{L}} d\vec{r} \cdot \vec{B}(\vec{r}) = 2\pi r_\perp f(r_\perp)$$

$$f(r_\perp) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_\perp}$$

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{I}}{r_\perp} \wedge \frac{\vec{r}_\perp}{r_\perp}}$$

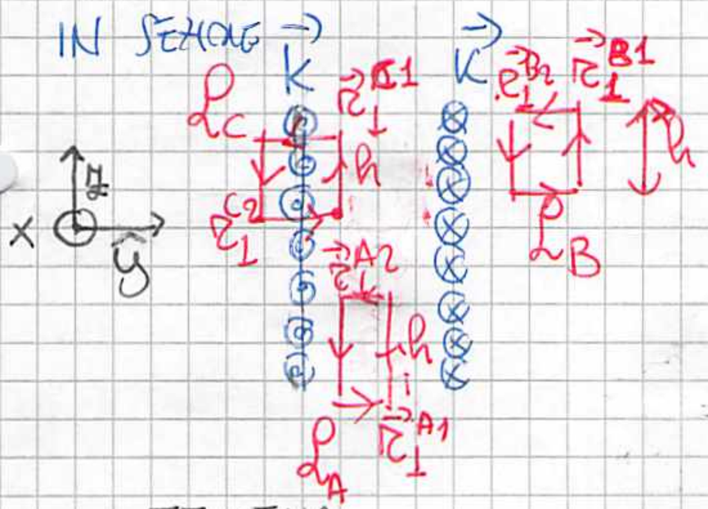
SOLENOIDE RETTILINEO INFINITO (DI SEZIONE ARBITRARIA



NUMERO DI SPIRE PER UNITÀ DI LUNGHEZZA Δz

$$|\vec K| = I \cdot \frac{N}{\Delta z} = I\, n_s$$

n_s = DENSITÀ LINEARE DI SPIRE



PER SIMMETRIA

$$\vec B(\vec r) = f(\vec r_\perp)\,\hat z$$

TEOREMA AMPERE

$$0 = \oint_{\mathcal{L}_B} d\vec r \cdot \vec B(\vec r) = \left[f(\vec r_\perp^{\,B1}) - f(\vec r_\perp^{\,B2})\right]\ell$$

$\Rightarrow$ $\vec r_\perp \in$ ESTERNO $f(\vec r_\perp)$ = COSTANTE

$$\vec B(\vec r_\perp = \infty) = 0 \rightarrow \boxed{\vec B(\vec r) = \vec 0 \quad \forall \vec r \in \text{ESTERNO}}$$

ANALOGAMENTE CON $\mathcal{L}_A$ $\vec B(\vec r) = B_s\,\hat z$ $\forall \vec r \in$ INTERNO

$$\mu_0 K \ell = \oint_{\mathcal{L}_C} d\vec r \cdot \vec B(\vec r) = B_s\,\ell$$

$$\boxed{\vec B(\vec r) = \mu_0 K\,\hat z \quad \forall \vec r \in \text{INTERNO}}$$