

LEGGE DI OHM MICROSCOPICA

CONDUTTORE OHMICO ($\vec{B}(\vec{r}) = \vec{0}$)

$$\vec{J}(\vec{r}) = \overset{\leftrightarrow}{\gamma}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r}) \quad [\overset{\leftrightarrow}{\gamma}(\vec{r})]_{\alpha\alpha'} = \sum_{\alpha'} \gamma_{\alpha\alpha'}(\vec{r}) \vec{E}_{\alpha'}(\vec{r})$$

$\alpha, \alpha' = x, y, z$

$\overset{\leftrightarrow}{\gamma}(\vec{r}) =$ TENSORE DI CONDUCEBILITÀ ELETTRICA

PROPRIETÀ DEL MATERIALE (CHE DIPENDE DALLA TEMPERATURA)

PER MATERIALI ISOTROPICI (a cubici)

$$\gamma_{\alpha\alpha'}(\vec{r}) = \gamma(\vec{r}) \delta_{\alpha,\alpha'}$$

$$\vec{J}(\vec{r}) = \gamma(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r})$$

PIÙ GRANDE È γ MIGLIORE È IL CONDUTTORE

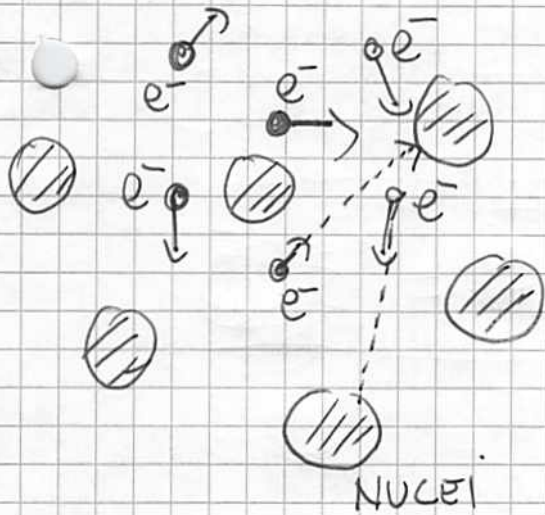
$$[\gamma] = \left[\frac{\text{AMPERE}}{\text{m}^2} \right] / \left[\frac{\text{VOLT}}{\text{m}} \right] = \frac{1}{\left[\frac{\text{VOLT} \cdot \text{m}}{\text{AMPERE}} \right]} = \frac{1}{[\text{OHM} \cdot \text{m}]}$$

$$[\text{OHM}] \stackrel{\text{def}}{=} \left[\frac{\text{VOLT}}{\text{AMPERE}} \right] = [\Omega]$$

$$\gamma(\text{RAMO}, T=20^\circ) \approx 10^8 [\Omega \cdot \text{m}]^{-1}$$

$$\gamma(\text{SUPERCONDUTTORE}) = +\infty$$

MODELLO MICROSCOPICO DI $\sigma(\vec{r})$



IN ASPENZA DI CAMPO \vec{E}

PORTATORI DI CARICA SI MUOVONO PER AGITAZIONE TERMICA AD VELOCITA' MEDIA

v_M COLLIDONO DOPO AVER PERCORSO UNA DISTANZA TIPICA λ DOPO LA COLLISIONE VELOCITA' RANDOMIZZATA
TEMPO FRA COLLISIONI

$$\tau = \frac{\lambda}{v_M}$$

IN PRESENZA DI CAMPO ELETTRICO \vec{E}

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_{INT} + \frac{q}{m} \vec{E} t \quad \langle \vec{v}(t) \rangle = \langle \vec{v}_{INT} \rangle + \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \frac{q}{m} \vec{E} t dt$$

MEDIA SUL TEMPO
||
0

$$\langle \vec{v}(t) \rangle = \frac{1}{\tau} \frac{q}{m} \vec{E} \frac{1}{2} \tau^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \tau \vec{E} = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \frac{\lambda}{v_M} \vec{E}$$

CORRENTE
DENSITA' DI PORTATORI

$$\vec{J} = n q \langle \vec{v}(t) \rangle = \frac{1}{2} \frac{n q^2}{m} \frac{\lambda}{v_M} \vec{E}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{n q^2}{m} \frac{\lambda}{v_M}$$

AUMENTANDO LA TEMPERATURA v_M AUMENTA
 λ DIMINUISCE

|||
 σ DIMINUISCE

DETERMINAZIONE CORRENTI DUE MEZZI OMOGENEI - CASO STAZIONARIO

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

$$\vec{J}(\vec{r}) = \gamma \vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}) = 0$$

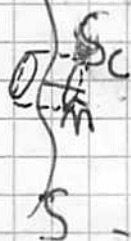
$$\vec{\nabla}(\gamma \vec{E}(\vec{r})) = 0 \Rightarrow \rho(\vec{r}) = 0$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = 0 \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E}(\vec{r}) = 0 \\ \vec{J}(\vec{r}) = \gamma \vec{E}(\vec{r}) \end{cases}$$

NON C'È CARICA DI VOLUME

CONDUTTORE VUOTO:

$$\vec{J}(\vec{r}) \neq \vec{0} \quad \vec{J}(\vec{r}) = \vec{0}$$



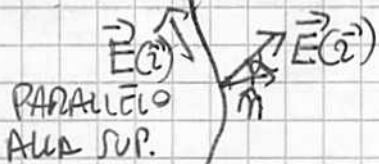
CONDIZIONE AL CONFINIO PER J

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}) = 0 \Rightarrow \oint_{S_c} (\vec{J}) = 0 \Rightarrow \vec{J}(\vec{r}) \cdot \hat{n}(\vec{r}) = 0 \quad \forall \vec{r} \in S$$

$$\begin{aligned} & \vec{E}_{||}(\vec{r}) \text{ CONTINUO,} \\ & \hat{n}(\vec{r}) (\vec{E}_{\text{vuoto}}(\vec{r}) - \vec{E}_{\text{cond}}(\vec{r})) = \sigma(\vec{r}) \end{aligned}$$

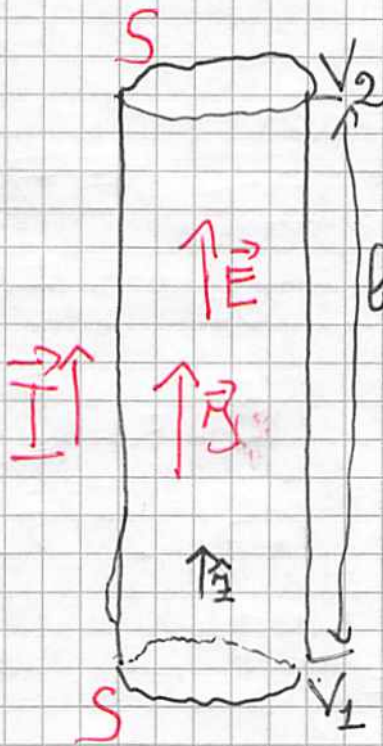
CONDUTTORE

VUOTO



NEL VUOTO $\alpha \neq 0$

FILO RETTILINEO A SEZIONE COSTANTE S



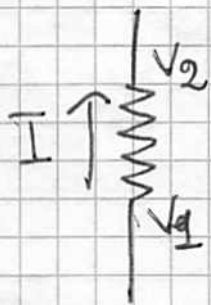
SOLUZIONE (SODDISFA EQ MATERIALI & CONDIZIONI AL CONFINO)
 $\vec{E}(\vec{r}) = E \hat{z}$ COSTANTE

$$\vec{J}(\vec{r}) = \begin{cases} \gamma E \hat{z} & \text{SE } \vec{r}_L \in \text{FILO} \\ \vec{0} & \text{SE } \vec{r}_L \notin \text{FILO} \end{cases}$$

$$V(\vec{r}) = -Ez \quad V_2 - V_1 = -El$$

CORRENTE TOTALE

$$\vec{I} = \hat{z} \int \gamma = \hat{z} \gamma E S = -\gamma \frac{S}{l} (V_2 - V_1) \hat{z}$$



$$(V_2 - V_1) = -R I_{1 \rightarrow 2} \quad R = \frac{l}{S} \frac{1}{\gamma}$$

CADUTA DI POTENZIALE

RESISTENZA DEL FILO

RESISTENZA FILO CILINDRICO

$$[R] = \left[\frac{\text{VOLT}}{\text{AMPERE}} \right] = [\text{OHM}] = [\Omega]$$



$$(V_2 - V_1) = -R I_{1 \rightarrow 2}$$

VENA PER QUALSIASI ELEMENTO RESISTIVO
 GRAZIE A LINEARITA' FINA
 $V \leftrightarrow E \leftrightarrow J$

RESISTENZE IN SERIE E IN PARALLELO IN PARALLELO



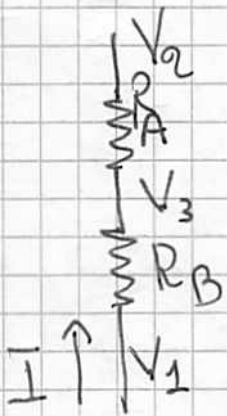
$$V_2 - V_1 = -I_A R_A = -I_B R_B$$

$$I = I_A + I_B = -(V_2 - V_1) \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} \right)$$

$$(V_2 - V_1) = -R I$$

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}}$$

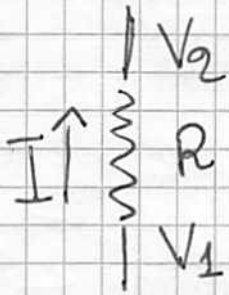
IN SERIE



$$(V_2 - V_1) = (V_2 - V_3) + (V_3 - V_1) =$$
$$= -R_A I - R_B I = -R I$$

$$\boxed{R = R_A + R_B}$$

EFFETTO JOULE : POTENZA DISSIPATA DAL PASSAGGIO DI CORRENTE



IN UN INTERVALLO Δt
 $\Delta t I$ CARICHE PASSANO DA UN POTENZIALE V_1 AD UN POTENZIALE PIU' BASSO V_2

$P = \text{POTENZA DISSIPATA} = \text{LAVORO FATTO DAL CAMPO ELETTRICO} = \frac{(-1) \Delta E_{NE}}{\Delta t} = \frac{- (V_2 - V_1) \Delta t I}{\Delta t}$

(DAL E NON CONTRO) CARICAM

$$= - (V_2 - V_1) I = + R I^2 = [\text{WATT}] = [\text{J/s}] = [\text{VOLT} \cdot \text{AMPERE}]$$

$$P = + R I^2$$

$R I^2 = \text{POTENZA DISSIPATA IN CALORE}$

CON $\vec{j}(\vec{r})$

$$P(\vec{r}) = \text{POTENZA DISSIPATA PER UNITA DI VOLUME} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \sum_{i \in \Delta V} \frac{q_i \vec{v}_i \cdot \vec{E}(\vec{r})}{\Delta V} = \vec{j}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r})$$

PRODUCT SCALAR

INTEGRALE A \vec{r}

IN MATERIALE OHMICO

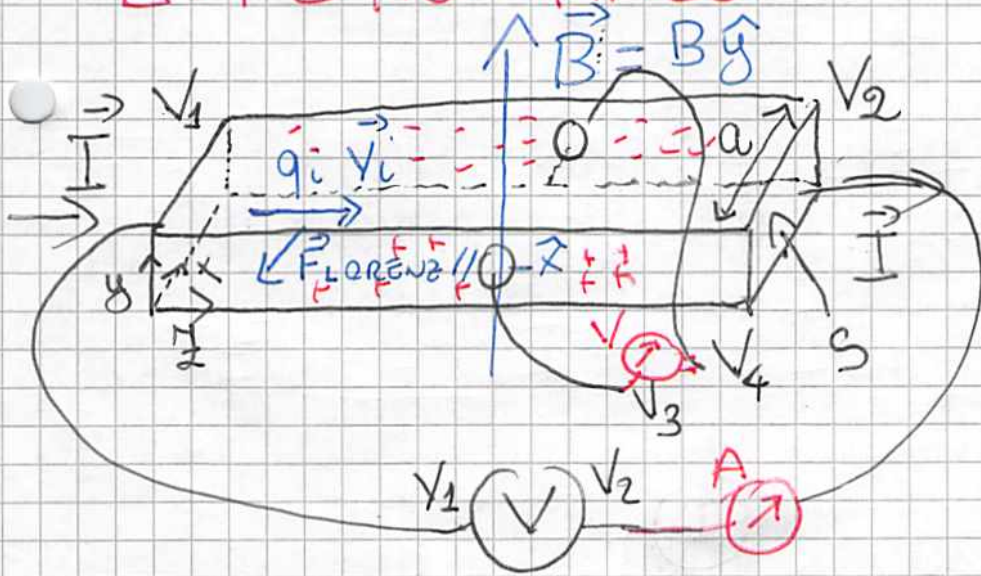
$$P(\vec{r}) = \vec{j}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \gamma(\vec{r}) |\vec{E}(\vec{r})|^2$$

GENERALIZZAZIONE LEGGE DI OHM CON $\vec{B}(\vec{r}) \neq 0$

$$\vec{J}(\vec{r}) = \gamma(\vec{r}) \left[\vec{E}(\vec{r}) + \vec{v}_M(\vec{r}) \wedge \vec{B}(\vec{r}) \right]$$

VELOCITÀ MEDIA PORTATORI

EFFETTO HALL



DIFFERENZA POTENZIALE (CAMPO \vec{E} LUNGO \hat{z})

CAMPO \vec{B} LUNGO \hat{y}

CASO STAZIONARIO $\vec{J}(\vec{r}) = \frac{I}{S} \hat{z}$

DENSITÀ PORTATORI $\frac{S}{L}$ (Non densità di carica)

$$\vec{J} = \sum_M \vec{v}_M q = \frac{I}{S} \hat{z}$$

$\frac{w}{P_M q S}$
CARICA PORTATORI

$$\vec{v}_M = \frac{I}{P_M q S} \hat{z}$$

$$\vec{J} \hat{z} = \gamma \left[\vec{E} + \frac{I}{P_M q S} \hat{z} \wedge (B \hat{y}) \right] = \gamma \left[\vec{E} - \frac{I B}{P_M q S} \hat{x} \right]$$

COMPONENTE LUNGO X = 0

$$E_x = \frac{I B}{\tilde{P}_M q S}$$

$$E_x = \frac{V_3 - V_4}{a}$$

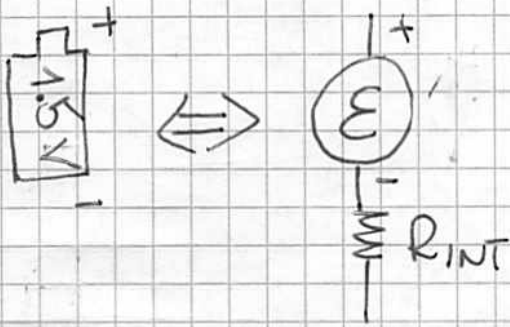
$$\tilde{P}_M q = \frac{a}{S} \frac{I B}{V_3 - V_4}$$

• SE $V_3 - V_4 > 0$
 $q > 0$

• SE $V_3 - V_4 < 0$
 $q < 0$

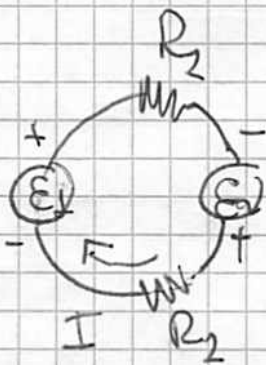
SE CONOSCIAMO q
POSSIAMO DETERMINARE
 P_M

FORZA (POTENZIALE) ELETTROMOTTRICE



$V(+)-V(-) = \mathcal{E} =$ DIFFERENZA
 DI POTENZIALE
 MISURATA
 A CIRCUITO
 APERTO

CIRCUITO CHIUSO CON CORRENTI STAZIONARIE



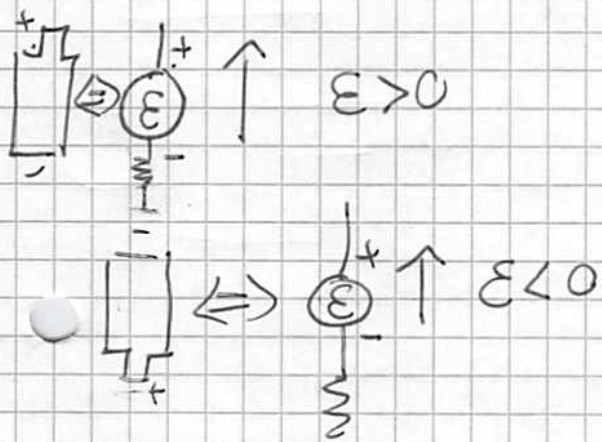
SOMMA (ORIENTATA) DELLE FORZE

ELETTROMOTRICI =

$$= \sum_i^{N_{GEN}} \mathcal{E}_i = \sum_j^{N_{RES}} R_j I =$$

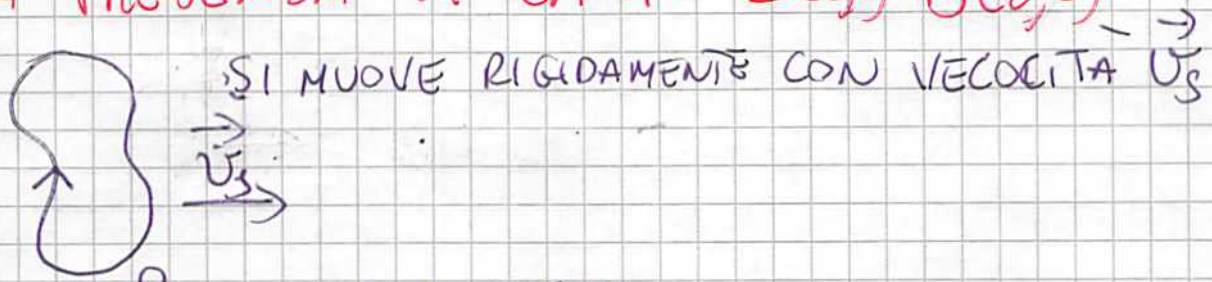
$\underbrace{\qquad\qquad}_{\mathcal{E}_{TOT}} \qquad\qquad \underbrace{\qquad\qquad}_{R_{TOT}}$

CADUTA (ORIENTATA)
 DI POTENZIALE
 SULLE RESISTENZE



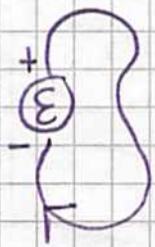
$$I = \frac{\mathcal{E}_{TOT}}{R_{TOT}}$$

FORZA ELETTROMOTRICE SU SPIRA IN PRESENZA DI CAMPI $\vec{E}(\vec{r}, t)$ $\vec{B}(\vec{r}, t)$



\mathcal{L} = SPIRA CORRENTE

⇕ CERCO GENERATORE EQUIVALENTE



$$\mathcal{E} = \text{FORZA (POTENZIALE) ELETTROMOTRICE} = \frac{1}{q} \oint_{\mathcal{L}} d\vec{r} \cdot \vec{F}_q(\vec{r})$$

FORZA SU CARICA q IN \vec{r}

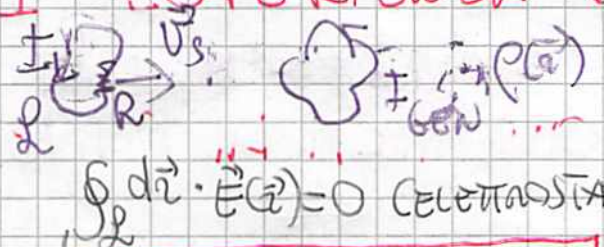
$$= \oint_{\mathcal{L}} d\vec{r} \cdot \left(\vec{E}(\vec{r}, t) + \underbrace{(\vec{v}_q(\vec{r}) + \vec{v}_s)}_{\text{VELOCITÀ DOVUTA AL MOTO DELLA CARICA DENTRO LA SPIRA}} \wedge \vec{B}(\vec{r}, t) \right)$$

VELOCITÀ DOVUTA AL MOTO DELLA CARICA DENTRO LA SPIRA (NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO SOLIDALE ALLA SPIRA)

$$\vec{v}_q(\vec{r}) \parallel d\vec{r} \Rightarrow d\vec{r} \cdot (\vec{v}_q(\vec{r}) \wedge \vec{B}(\vec{r}, t)) = 0$$

$$\mathcal{E} = \oint_{\mathcal{L}} d\vec{r} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) + \oint_{\mathcal{L}} d\vec{r} \cdot (\vec{v}_s \wedge \vec{B}(\vec{r}, t))$$

1^a ESPERIENZA DI FARADAY MAGNETOSTATICA



MUOVO SPIRA IN CAMPI STATICI, GENERATI DA ALTRE CORRENTI E DISTRIBUZIONI DI CARICA

$\oint_L d\vec{r} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = 0$ ELETTROSTATICA

$$\mathcal{E} = \oint_L d\vec{r} \cdot [\vec{v}_s \cdot \vec{B}(\vec{r})]$$

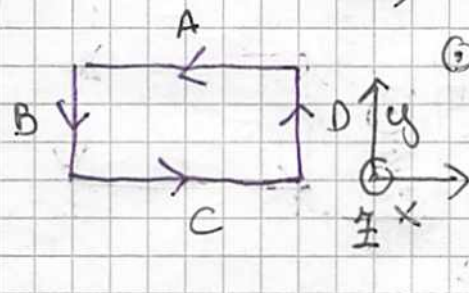
COSÌ VARIAZIONE SPERIMENTALE CORRENTE INDOTTA SPIRA

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \text{ NEL SENSO SPIRA}$$

ESEMPPIO CASO PARTICOLARE \rightarrow SPIRA RETTANGOLARE

$\vec{v}_s = \hat{x} v_s$

• SI MUOVE // AD UN LATO

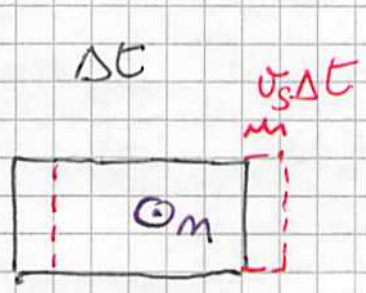


$\vec{B}(\vec{r}) = B(\vec{r}) \hat{z}$

SU PIANO DI SIMMETRIA A SPECCHIO $(\vec{B}(\vec{r}) \perp \text{SPIRA})$

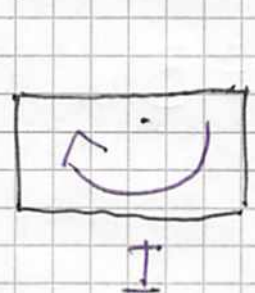
$-\hat{y} v_s B(\vec{r})$

$$\mathcal{E} = \oint_L d\vec{r} \cdot [\vec{v}_s \wedge \vec{B}(\vec{r})] = \int_{L_B} dr B(r) v_s \Delta t - \int_{L_D} dr B(\vec{r}) v_s \Delta t$$



$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} - \frac{\Delta \Phi(\vec{B})}{\Delta t} = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

CONCATENATO A L



N.B. SE $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ FLUSSO AUMENTA

$$I = - \frac{d\Phi}{dt} R < 0$$

LEGGE DI LENZ

CAMPO MAGNETICO POKUTO A I \Rightarrow B_I PUNTA $-\hat{z}$, OVVERO SI OPPONE ALL'AUMENTO DEL FLUSSO

CALCOLO DI \mathcal{E} PER 1^a ESPERIENZA DI FARADAY: CASO GENERALE

CAMBIO DI VARIABILE
 $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_s \cdot t$

FLUSSO $\vec{B}(\vec{r})$
 AL TEMPO $t = \int_{S_P(t)} d\vec{a} \cdot \vec{B}(\vec{r}) \stackrel{\downarrow}{=} \int_{S_P(0)} d\vec{a}' \cdot \vec{B}(\vec{r}' + \vec{v}_s \cdot t)$

$\vec{r} = \vec{r}'$

$-\frac{d\Phi}{dt} = - \int_{S_P(0)} d\vec{a}' \cdot (\vec{\nabla}' \cdot \vec{v}_s) \vec{B}(\vec{r})$

$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{c}) - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c}$

$\vec{\nabla}' \wedge (\vec{v}_s \wedge \vec{B}(\vec{r})) = \vec{v}_s (\vec{\nabla}' \cdot \vec{B}(\vec{r})) - (\vec{\nabla}' \cdot \vec{v}_s) \vec{B}(\vec{r})$

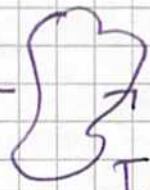
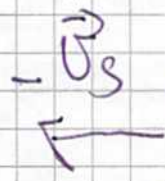
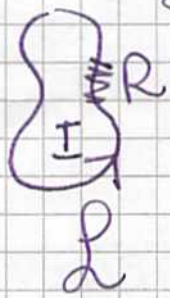
TEOREMA STOKES

$-\frac{d\Phi}{dt} = + \int_{S_P(0)} d\vec{a}' \cdot \vec{\nabla}' \wedge (\vec{v}_s \wedge \vec{B}(\vec{r})) \stackrel{\downarrow}{=} \int_{S_P(0)} d\vec{r}' \cdot (\vec{v}_s \wedge \vec{B}(\vec{r})) = \mathcal{E}$

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$

2^a ESPERIENZA DI FARADAY

SPIRA FISSA SU CUI CALCOLO E



MUOVO CON VELOCITÀ

I_{gen} $-\vec{v}_s$ LE SPINE

CHE GENERANO IL CAMP

$\vec{B}(\vec{r}, t)$

$\vec{B}(\vec{r}, t)$ VARIA NEL TEMPO!

NON SONO PIÙ IN MAGNETOSTATICA
E ELETTROSTATICA

OSSERVAZIONE SPERIMENTALE $I \neq 0$

PER INVARIANZA DI GALILEO LA CORRENTE

I DEVE ESSERE OSSERVATA NEL SISTEMA DI

RIFERIMENTO DEL LABORATORIO O IN QUELLO

DELLA SPIRA GENERANTE IL CAMPO (PRIMA

ESPERIENZA DI FARADAY: CAMPI STATICI

NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO

LABORATORIO FERMA

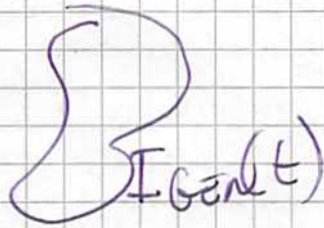
$$R I = \mathcal{E} = \oint_{\mathcal{L}} d\vec{r} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = - \frac{d}{dt} \oint_{\mathcal{L}} \vec{B}(\vec{r}, t)$$

NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO
DELLA SPIRA GENERANTE

CAMPO $\vec{E}(\vec{r}, t)$ NON È PIÙ CONSERVATIVO

NOTATE CHE LA RELAZIONE È VALIDA $\forall \mathcal{L}$ CHIUSO

3^a ESPERIENZA DI FARADAY



FACCIO CANGIARE
IL FLUSSO NELLA
SPIRA \mathcal{L} FACENDO
VARIARE LA CORRENTE
NELLA SPIRA GENERATRICE

• NON EQUIVALENTE A PRIMA ESPERIENZA

• MASPERIMENTALMENTE SI TROVA LO STESSO

$$\mathcal{E} = \int_{\mathcal{L}} d\vec{\tau} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = - \frac{d\Phi(\vec{B}(\vec{r}, t))}{dt}$$

2^a EQUAZIONE DI MAXWELL DINAMICA

LEGGI DI FARADAY (2^a E 3^a ESPERIENZA)

$$\forall \mathcal{L}_{\text{CHIUSO}} \quad \oint_{\mathcal{L}} d\vec{r}' \cdot \vec{E}(\vec{r}') = - \oint_{\mathcal{L}} d\vec{a}' \cdot \frac{d\vec{B}(\vec{r}', t)}{dt}$$

⇓ DEFINIZIONE ROTORE

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E}(\vec{r}, t) = - \frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad \text{2^a EQ MAXWELL}$$

⇓ TEOREMA STOKES

LEGGI DI FARADAY

SORGENTI DEL CAMPO \vec{E}

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\epsilon_0} \rho(\vec{r}, t) & 1^{\text{a}} \text{ EQ DI MAXWELL} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E}(\vec{r}, t) = - \frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} & 2^{\text{a}} \text{ EQ DI MAXWELL} \end{cases}$$

LE SORGENTI SONO SIA $\rho(\vec{r}, t)$ CHE $-\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t}$

OVVERO

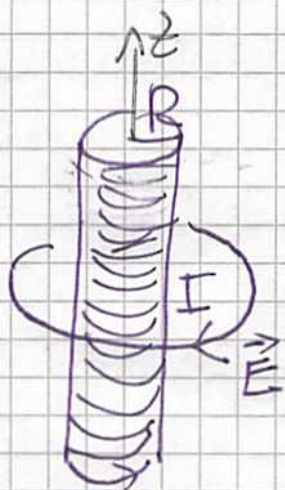
$$\text{SE } \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0 \quad \text{O/E} \quad \rho \neq 0$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{E} \neq 0$$

ESEMPIO CON $\rho = 0$

SOLENOIDE INFINITO \downarrow M SPIRE
PER UNITÀ DI LUNGHEZZA
CORRENTE $I(t) = at$

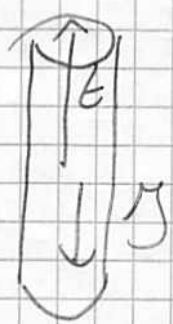


$$\begin{aligned} \vec{r} \in \text{INTERNO} & \quad \vec{B}(\vec{r}) = \hat{z} \mu_0 n I(t) = \hat{z} \mu_0 n a t \\ \vec{r} \in \text{ESTERNO} & \quad \vec{B}(\vec{r}) = 0 \end{aligned}$$

$$\vec{r} \in \text{INTERNO} \quad - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = - \hat{z} \mu_0 n a$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = 0 \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E}(\vec{r}, t) = - \hat{z} \mu_0 n a & r < R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

PROBLEMA IDENTICO A CAMPO B GENERATO
DA CORRENTE CILINDRICA



$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}) = 0 \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{B}(\vec{r}) = -\hat{z} \begin{cases} I & r_1 < R \\ 0 & r_1 > R \end{cases} \end{cases}$$

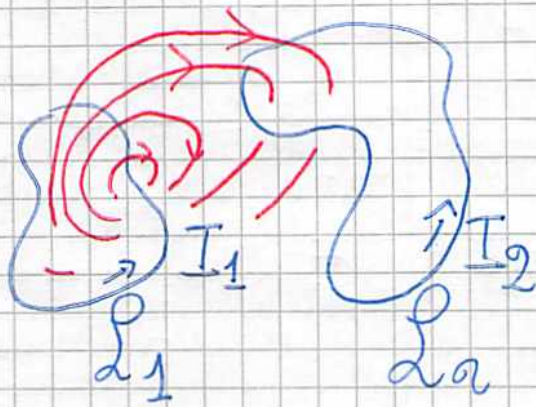
SOLUZIONI

$$r_1 > R \quad \vec{E}(\vec{r}) = -\hat{z} \wedge \frac{\vec{r}_1}{r_1} \frac{\mu_0 m a \pi R^2}{2\pi r_1}$$

$$r_1 < R \quad = -\hat{z} \wedge \frac{\vec{r}_1}{r_1} \frac{\mu_0 m a \pi r_1^2}{2\pi r_1}$$

MUTUA INDUTTANZA

2 CIRCUITI ORIENTATI



FORZA ELETTROMOTRICE
IN \$L_2\$ INDOTTA DALLA
CORRENTE CIRCOLANTE
IN \$L_1\$

$$\oint_{S_{L_2}} (\vec{B}_1(\vec{r})) = \int_{S_{L_2}} d\vec{a} \cdot \vec{B}_1(\vec{r}) = \int_{S_{L_2}} d\vec{a} \cdot (\nabla \wedge \vec{A}_1(\vec{r})) =$$

TEOREMA
STOKES

$$\downarrow = \int_{L_2} d\vec{r} \cdot \vec{A}_1(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{L_2} d\vec{r} \cdot \int_{L_1} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} I_1$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{L_1} d\vec{r}' \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} I_1$$

COEFFICIENTE
DI INDUTTANZA
MUTUA

$$= M_{21} I_1$$

$$M_{21} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{L_2} d\vec{r} \cdot \int_{L_1} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

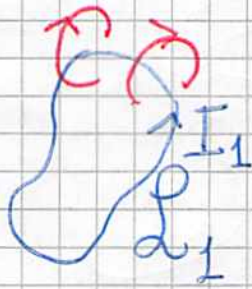
$$M_{21} = M_{12}$$

$$[M_{21}] = \frac{[V \cdot s]}{[A]} = [\text{HENRYS}]$$

$$\mathcal{E}_{21} = \text{FORZA ELETTROMOTRICE IN } L_2 = - \frac{d}{dt} \oint_{S_{L_2}} (\vec{B}_1(\vec{r})) = - M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{12} = - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

AUTOINDUTTANZA



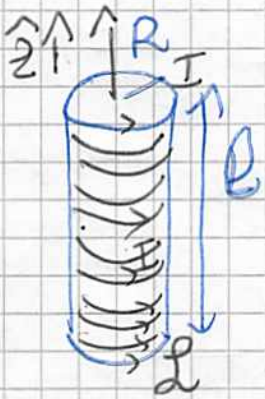
CAMPO LINEARE NELLA
CORRENTE I_1

$$\oint_{S_1} \vec{B}_1 = +L I_1 \quad L > 0$$

$$\mathcal{E}_{11} = -L \frac{dI_1}{dt}$$

NB. PER UN FILO ^{ISOLATO} DI SEZIONE INFINITESIMA
CAMPO \vec{B} DIVERGE COME $\frac{1}{d}$ d DISTANZA
DAL FILO ($L \rightarrow \infty$)
DEVO CONSIDERARE SEZIONE FINITA FILO: ($\vec{B}(\vec{r})$)
CORRENTI AVERE, CORRENTI SUPERFICIALI ($\vec{J}(\vec{r})$)

ESEMPIO AUTOINDUTTANZA DI UN SOLENOIDE FINITO



n = DENSITA' LINEARE SPIRE

$$\text{NEL SOLENOIDE } \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 n I \hat{z}$$

$$\oint_{S_2} \vec{B} = \pi R^2 n l \mu_0 n I$$

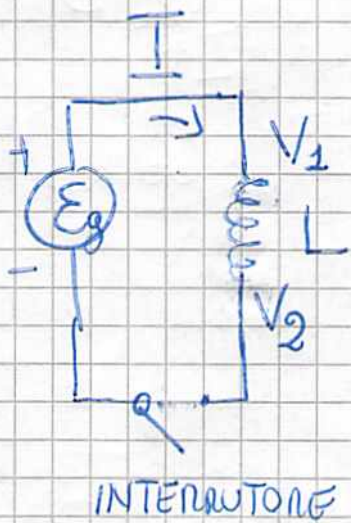
$$L_{\text{SOLENOIDE}} = \mu_0 n^2 l \pi R^2$$

$$R = 0.1 \text{ m}$$

$$n = \frac{10^3}{\text{m}} \quad l = 1$$

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6 \cdot \pi \cdot 10^{-2} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ [HENRYS]}$$

CIRCUITO CON AUTOINDUTTANZA



$$(V_2 - V_1) = -L \frac{dI}{dt}$$

CHIUDO L'INTERRUTTORE A $t=0$

$$I(0) = 0$$

$$V_1 - V_2 = \mathcal{E}_g$$

$$\begin{cases} L \frac{dI}{dt} = \mathcal{E}_g \\ I(0) = 0 \end{cases}$$

SOLUZIONE $I = \frac{\mathcal{E}_g}{L} t$

ANALOGIA MECCANICA

$$I \leftrightarrow v$$

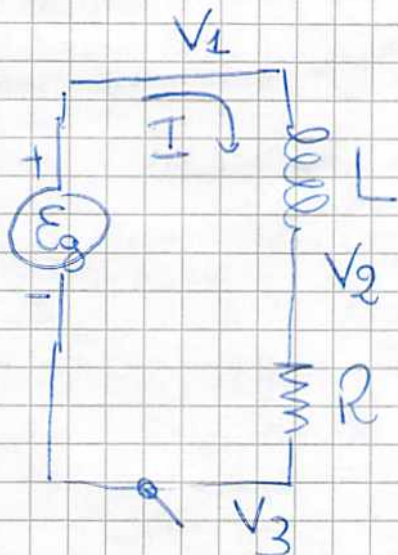
$$\frac{dI}{dt} \leftrightarrow \frac{dv}{dt} = a$$

$$L \frac{dI}{dt} = \mathcal{E}_g \Leftrightarrow m a = F$$

$L \sim m \Rightarrow L$ COEFFICIENTE DI INERZIA DI UN CIRCUITO

CIRCUITO RL

AD INTERRUPTOR CHIUJO



$$\begin{cases} V_1 - V_2 = \mathcal{E}_g \\ V_2 - V_1 = -L \frac{dI}{dt} \\ V_3 - V_2 = -RI \end{cases}$$

$$\Downarrow \\ \mathcal{E}_g = L \dot{I} + RI$$

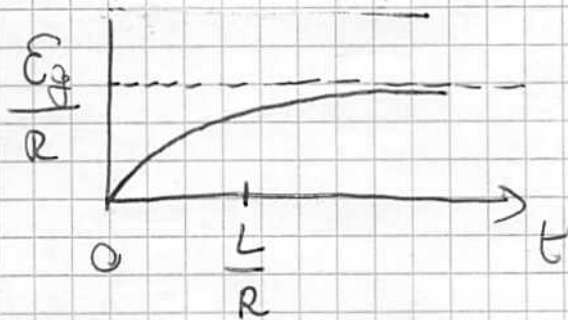
$$I_\infty = \frac{\mathcal{E}_g}{R} \quad \Delta I = I - I_\infty$$

$$\frac{\Delta \dot{I}}{\Delta I} = -\frac{R}{L}$$

$$\Delta I(t) = A e^{-\frac{R}{L} t}$$

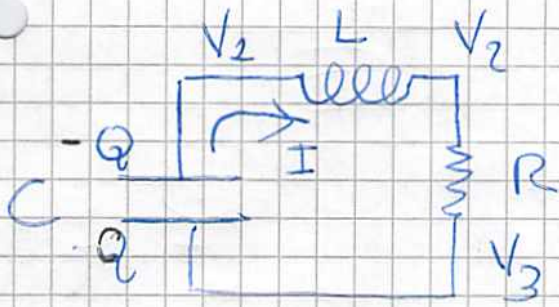
SE $I(t=0) = 0$

$$I(t) = I_\infty - I_\infty e^{-\frac{t}{L/R}}$$



CIRCUITO R L C

$$I = \dot{Q}$$



$$\begin{cases} V_1 - V_3 = -\frac{Q}{C} \\ V_2 - V_1 = -L\ddot{Q} \\ V_3 - V_2 = -R\dot{Q} \end{cases}$$

⇓

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$L\ddot{Q} = -\frac{1}{C}Q - R\dot{Q}$$

⇕

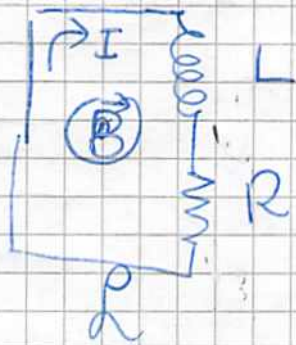
ANALOGO MECCANICO
OSCILLATORE SMORZATO

$$m\ddot{x} = -kx - dx$$

$\underbrace{\quad}_{\text{FORZA ELASTICA}}$

$\underbrace{\quad}_{\text{ATTIVITA}}$

CIRCUITO R L CON FLUSSO \vec{B} CONCATENATO SINUSOIDALE



$$\Phi(\vec{B}) = \frac{F}{S_L} \cos \omega t$$

$$\mathcal{E}(t) = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = + \omega F \sin \omega t$$

$$\mathcal{E}(t) = RI + L \dot{I}$$

$$I = I_0 e^{-i\omega t} + I_0^* e^{+i\omega t} \quad I_0 \in \mathbb{C}$$

$$\dot{I} = I_0 (-i\omega) e^{-i\omega t} + \text{cc}$$

$$\mathcal{E}(t) = \frac{F(-i\omega)}{2} e^{-i\omega t} + \text{cc}$$

$$-i\omega \frac{F}{2} = RI_0 - i\omega LI_0$$

$$I_0 = \frac{-i\omega \frac{F}{2}}{R - i\omega L}$$

$$\text{SE } \omega \ll \frac{R}{L} \quad I_0 \approx -\frac{i\omega F}{R}$$

$$I(t) \approx \frac{\omega F \sin \omega t}{R}$$

$$SE \quad \omega \gg \frac{R}{L}$$

$$I_0 \approx \frac{F}{2L}$$

$$I(t) \approx \frac{F}{L} \cos \omega t$$