

**Esame scritto del corso di
Termodinamica e Laboratorio
15/01/2021**

Proff. R. Di Leonardo, F. Ricci, N. Saini

Esercizio 1

Un blocco di metallo di massa 10 kg è inizialmente alla temperatura 48.7 °C. Il blocco viene raffreddato fino a temperatura ambiente pari a 16.5 °C utilizzando una macchina reversibile che cede calore all'ambiente. Sapendo che il calore specifico del metallo è 130 J/kg °C, determinare:

- 1) la variazione di entropia del blocco e dell'ambiente.
- 2) il lavoro svolto dalla macchina.

Nel caso in cui lo stesso blocco venga raffreddato in modo spontaneo ponendolo direttamente in contatto termico con l'ambiente a 16.5°C, determinare:

- 3) la variazione di entropia del metallo e dell'ambiente,
- 4) la variazione di entropia dell'universo.

Esercizio 2

Un gas perfetto biatomico nello stato iniziale A con $T_A = 19^\circ\text{C}$, $P_A = 1 \text{ atm}$ e $V_A = 12 \text{ l}$ compie un ciclo termodinamico irreversibile ABCDA. La trasformazione AB è una compressione adiabatica in cui la pressione del gas raddoppia e la sua entropia varia di 1.7 J/K. La trasformazione BC è un'espansione isobara realizzata con una sorgente di calore a temperatura 702 °C. Nella trasformazione CD il gas si espande in modo adiabatico fino alla pressione iniziale P_A subendo una variazione di entropia pari a 1.0 J/K. Infine, una sorgente di calore a temperatura 19°C riporta il gas nel suo stato iniziale tramite una trasformazione isobara. Si determini:

- 1) la tabella delle coordinate termodinamiche (P, V, T) degli stati di equilibrio A, B, C, D,
- 2) il lavoro totale e il rendimento del ciclo,
- 3) la variazione di entropia dell'universo nel ciclo,
- 4) la rappresentazione grafica del ciclo nel piano (P, V) e (T, S).

Soluzioni

Esercizio 1

1) Il calore ceduto durante il processo di raffreddamento del metallo (Q_M)

$$Q_M = m c \Delta T = 10 \cdot 130 \cdot (16.5 - 48.7) = -41860 \text{ J}$$

$$\text{Variazione di entropia del metallo} = m c \ln(T_A/T_M) = 10 \cdot 130 \cdot \ln(289.65/321.85) = -137.04 \text{ J/K}$$

Il calore scambiato dall'ambiente è ($Q_M - L$) dove L è il lavoro svolto dalla macchina.

La variazione di entropia dell'ambiente: $\Delta S_A = (Q_M - L)/T_A$

Sapendo che il processo di raffreddamento è reversibile pertanto la variazione di entropia dell'universo $\Delta S_U = 0$

$$\Delta S_M + \Delta S_A = 0$$

$$\Rightarrow -137.04 + (Q_M - L)/289.65 = 0 \Rightarrow \Delta S_A = 137.04 \text{ J/K}$$

2) Per il lavoro si sfrutta la relazione $\Delta S_M + \Delta S_A = 0$

$$-137.04 + (Q_M - L)/289.65 = 0$$

$$(41860 - L) = (137.04 \cdot 289.65)$$

$$\Rightarrow L = -(137.04 \cdot 289.65) + 41860 = 2166.36 \text{ J}$$

3) Nel caso in cui il metallo si raffredda spontaneamente mettendo in contatto con l'ambiente:

$$\Delta S_M = m c \ln(T_M/T_A) = -137.04 \text{ J/K}$$

In questo caso il calore scambiato dall'ambiente $Q_A = -Q_M = 41860 \text{ J}$

La variazione di entropia dell'ambiente

$$\Delta S_A = -Q_M/T_A = 41860/289.65 = 144.52 \text{ J/K}$$

4) variazione di entropia dell'universo

$$\Delta S_U = \Delta S_M + \Delta S_A$$

$$\Delta S_U = -137.04 + 144.52 \text{ J/K} = 7.48 \text{ J/K}$$

Esercizio 2

1) Stato A: $T_A = 19 + 273.15 = 292.15 \text{ K}$ e $P_A = 101325 \text{ Pa}$ da cui $V_A = n R T_A/P_A = 0.012 \text{ m}^3$

$$\text{Pertanto } n = PV/RT = (101325 \cdot 0.012)/(8.314 \cdot 292.15) = 0.5 \text{ moli}$$

AB è una compressione adiabatica in cui la pressione è raddoppiata con $\Delta S_{AB} = 1.7 \text{ J/K}$

$$\Delta S_{AB} = n c_p \ln(T_B/T_A) + n R \ln(P_A/P_B) = 1.7 \text{ J/K}$$

$$\Rightarrow \ln(T_B/T_A) = (1.7 - 0.5 \cdot 8.314 \cdot \ln(0.5))/(0.5 \cdot 3.5 \cdot 8.314)$$

$$\Rightarrow T_B = 292.15 \cdot e^{((1.7 - 0.5 \cdot 8.314 \cdot \ln(0.5))/(0.5 \cdot 3.5 \cdot 8.314))} = 400.27 \text{ K}$$

Da cui

$$V_B = n R T_B/P_B = (0.5 \cdot 8.314 \cdot 400.27)/(101325 \cdot 2) = 0.00821 \text{ m}^3$$

Stato C; $P_C = P_B = 2 \cdot 101325 \text{ Pa}$; $T_C = 702 + 273.15 = 975.15 \text{ K}$

$$V_C = n R T_C/P_C = (0.5 \cdot 8.314 \cdot 975.15)/(101325 \cdot 2) = 0.0200 \text{ m}^3$$

CD è una espansione adiabatica in cui la pressione è dimezzata con $\Delta S_{CD} = 1.0 \text{ J/K}$

$$\Delta S_{CD} = n c_p \ln(T_D/T_C) + n R \ln(P_C/P_D) = 1.8 \text{ J/K}$$

$$\Rightarrow \ln(T_D/T_C) = (1.0 - 0.5 \cdot 8.314 \cdot \ln(2))/(0.5 \cdot 3.5 \cdot 8.314)$$

$$\Rightarrow T_D = 975.15 \cdot e^{((1.0 - 0.5 \cdot 8.314 \cdot \ln(2))/(0.5 \cdot 3.5 \cdot 8.314))} = 856.86 \text{ K}$$

$$V_D = n R T_D/P_D = (0.5 \cdot 8.314 \cdot 856.86)/(101325) = 0.03515 \text{ m}^3$$

	A	B	C	D
P [Pa]	101325	202650	202650	101325
V [m³]	0.012	0.00821	0.020	0.03515
T [K]	292.15	400.17	975.15	856.86

3) Il calore, lavoro e il rendimento del ciclo

$$Q_{AB}=0; Q_{BC}=n c_p (T_C-T_B)=0.5*3.5*8.314*(975.15-400.27)=8364.22 \text{ J};$$

$$Q_{CD}=0; Q_{DA}=n c_p (T_A-T_D)=0.5*3.5*8.314*(292.15-856.86)=-8216.25 \text{ J}$$

$$Q_{\text{tot}} = L_{\text{tot}} = 8364.22 - 8216.25 \text{ J} = 147.97 \text{ J}$$

$$\text{Il rendimento del ciclo} = L/Q_{\text{ass}} = 147.97/8364.22 = 0.0176 \sim 1.8\%$$

3) variazione di entropia dell'universo

$$\Delta S_U = \Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{amb}}$$

$$\text{per il gas } \Delta S_{\text{gas}} = 0 \text{ (trasformazione ciclica)} \Rightarrow \Delta S_U = \Delta S_{\text{amb}}$$

per l'ambiente

$$\Delta S_{\text{ambAB}}=0; \Delta S_{\text{ambBC}} = -Q_{BC}/975.15 = 8364.22/975.15 = -8.577 \text{ J/K}$$

$$; \Delta S_{\text{ambCD}}=0; \Delta S_{\text{ambDA}} = +Q_{DA}/292.15 = 8216.25/292.15 = 28.12 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_U = 19.54 \text{ J/K}$$

4) Grafici nel piano (P, V) e (T, S)

