Soluzioni

Esercizio 1

a) Quando si sblocca la parete mobile il gas ideale esegue un'espansione libera e adiabatica, non compie lavoro e non ha nemmeno il tempo per scambiare calore con la miscela di acqua e ghiaccio. Quindi
$Q = W = \Delta U = 0$
la temperatura finale è uguale a quella iniziale, pari alla temperatura della miscela a 0ΔC, ovvero
$T_0 = 273.15$ K.
Durante la compressione isoterma quasistatica del gas ideale si ha $\Delta U = 0$ e il lavoro fatto dal pistone sul gas si converte tutto in calore, che viene ceduto dal gas alla miscela di acqua e ghiaccio. Dunque
$Q= L= n R T \ln (V_0/V) = 8.31\ 273,16 \ln(2/3) = -921$ J
La massa di giaccio sciolta è
$\Delta m = Q/ \lambda_f = 2.76$ g
b) Poiché la massa inziale del ghiaccio è 8 kg, il numero di cicli N che si possono fare prima che il ghiaccio sia completamente sciolto è
N= 8000/2.76 = 2897 cicli
c) L'entropia dell'universo aumenta solo durante l'espansione libera del gas
$\Delta S_U = nR \ln V/V_0 = 3.37$ J/K

Esercizio 2

a) L'espansione libera del gas reale è comunque una adiabatica (Q_1=0) a lavoro nullo (L_1=0), quindi per il primo principio della termodinamica anche $\Delta U_{1-2} = 0$.

$\Delta U_{1-2}=0 = (c_v T_x - a/V) - (c_v T_0 - a/V_0)$

Da cui ricaviamo
$T_x = T_0 - (a/c_v) [1/V_0 - 1/V]=272.51$ K

b) il calore scambiato nella seconda trasformazione, una isocora (L_2=0) che da T_x riporta il gas a T_0 è
$Q_2 = - c_v (T_x - T_0)=10.256$ J

c) Il ghiaccio si scioglie sia durante la trasformazione isocora che nella fase di lenta compressione che avviene sempre a temperatura costante T_0.

Durante quest'ultima trasformazione si avrà un calore scambiato
$Q_3 = L_3 + \Delta U_{3-1} = \int PdV + a[1/V_0 -1/V] = \int [(RT_0/(V-b)-(a/V^2)]dV - a[1/V_0 -1/V]$

dove
$L_3 = \int PdV = \int \{[RT_0/(V-b)]-[a/V^2]\}dV = RT_0 \ln[(V_0-b)/(V-b)]+a[1/V_0-1/V] =$
$=-912.51$ J
avendo utilizzato l'equazione di stato del gas lungo l'isoterma T_0 ed avendo calcolato gli integrali dall'estremo inferiore V a quello superiore V_0

Si ottiene quindi

$Q_3 = RT_0 \ln[(V_0-b)/(V-b)] = 923.77$

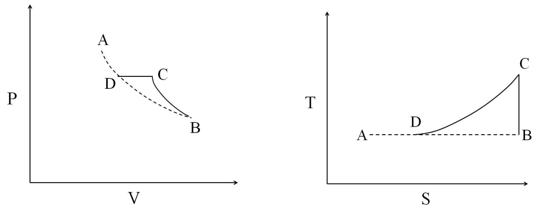
e la massa sciolta

$\Delta m = (Q_2+Q_3)/\lambda_f= 2.8$ g

Esercizio 3

a) **Le coordinate degli stati di equilibrio**
   $n=P_AV_A/(R\ T_A)=0.125$ moli
   Stato A: (assegnato nel testo) $P_A=1.71$ atm, $V_A=1.8$ L e $T_A = 300$ K
   Stato B: $T_B=T_A= 300$ K, $V_B =2\ V_A =3.6$ L, $P_B=86633$ Pa$=0.855$ atm
   Stato C: $P_C=P_0=1$ atm, $V_C=V_B(P_B/P_C)^{1/\gamma}=3.28$ L e $T_C= P_CV_C/(n\ R)=319.4$ K
   Stato D: $P_D=P_0=1$ atm, $T_D= T_A=300$ K, $V_D= n\ R\ T_D/\ P_D=3.078$ L

b) **trasformazioni nei piani (P,V) e (T,S)**



c) **il lavoro prodotto e l'efficienza del ciclo**
   $L_{tot}= L_{BC}+L_{CD} = -\Delta U_{BC} +P_C\ (V_D-V_C)= (-30.25-20.17)\ J= -\ 50.42\ J$
   In questa trasformazione il lavoro fatto sul sistema viene convertite intermente il calore pertanto si tratta di una pompa di calore $COP_{pompa} = 1$; $COP_{frigo} = 0$,
d) **variazione totale di entropia dell'ambiente e dell'universo**
   $\Delta S_{amb}= \Delta S_{CD}^{amb}= -\ \Delta S_{CD} = -\ n\ cp\ Ln(T_D/T_C)= 0.163$ J/K e $\Delta S_U= \Delta S_{AB}= n\ R\ Ln(V_B/V_A)= 0.7206$ J/K
e) **Efficienza del ciclo quando la trasformazione AB è isoterma reversibile**
   Se AB è una isoterma, si ha il ciclo frigorifero DBCD con
   $L_{DBCD}= Q_{DBCD}=Q_{DB}+Q_{CD} = n\ R\ T_A\ Ln(V_B/V_D)+n\ cp\ (T_A-T_C)=(48.86-50.42)\ J= -1.56\ J$
   da cui
   $COP_{frigo}= Q_{DB}/(-L_{DBCD}) = 31.25$
   $COP_{pompa}= Q_{CD}/L_{DBCD} = 32.25$

Esercizio 4

(a) L'efficienza dei dispositivi:
La pompa di calore lavora sul ciclo di Carnot con due sorgenti a $T_f = 273.15$ e $T_c=333.15$ K.
L'efficienza della pompa di calore (COP_P) = 333.15/(333.15-273.15) =5.5525

La macchina reversibile che lavora tra due sole sorgenti a temperatura 727°C (1000.15 K) e 60°C (333.15 K) avrà il rendimento: η = 1-(333.15/1000.15) = 0.6669 = 0.67

(b) Il lavoro scambiata dalla pompa e il lavoro totale prodotto dalla macchina reversibile:
La pompa di calore assorbe una quantità di calore (Q_f) dalla sorgete fredda a T_f=273.15;
Q_f = 17 kJ; Sapendo pure che il $COP_P = COP_{fr}+1 \Rightarrow Q_f/L_p = COP_p-1 = 4.5525$, da cui si ricava
$\Rightarrow L_P$ = 17000/4.5525 =3734.2 J; quindi
Il lavoro totale prodotto dalla macchina reversibile
(L_M) = 30000+3734.2 = 33734.2 J = 33.7 kJ

(c) Il calore assorbito dalla macchina reversibile:
il rendimento della macchina = 0.6669 = L_M/Q_{ass}
=> Q_{ass} = 33734.2/0.6669 = 50583.6 J = 50.6 kJ

(d) Il calore totale ceduto alla sorgente comune:

Il calore trasferito dalla pompa (ceduto) = $Q_f + L_P$ = 17000+3734.2 = - 20734.2 J
Il calore trasferito (ceduto) dalla macchina termica = $Q_{ass} – L_M$ = 50583.6-33734.2 =-16849.4 J
Il calore totale ceduto
Q_{ced} = -37583.6 J =-37.6 kJ

Esercizio 5

a)
il calore totale scambiato dall'oro nell'intero processo di produzione del lingotto da $T_l = 1600\ K$ sino a temperatura ambiente ($T_a = 298\ K$),

$$Q_{tot} = m * [c_l(T_l - T_f) + c_s(T_f - T_a) + \lambda_f] = 236.90\ kJ(caloreceduto)$$

$((1*0.15*(1600-273.15-1064)) + (1*0.128*(273.15+1064-298)) + (1*15.4*4.186) = 236.90\ kJ)$

b)
il tempo impiegato per raffreddare il lingotto solido sino a temperatura ambiente T_a,

$$\frac{dQ}{dt}dt = -mc_s dT$$

Essendo $\frac{dQ}{dt} = \Gamma T$ segue che

$$\Gamma T dt = -mc_s dT \qquad dt = -\frac{m\ c_s}{\Gamma}\frac{dT}{T}$$

$$\Delta t = \frac{m\ c_s}{\Gamma} ln(\frac{T_{sol}}{T_a}) = 64\ s$$

$((((1*0.128*1000)/3) * ln((1064+273.15)/298) = 64.05\ s)$

c)
la variazione di entropia dell'oro associata al processo di solidificazione del lingotto,

$$\Delta S_{sol} = -\frac{m * \lambda_f}{T_f} = -48\ J/K$$

$-((1*15400*4.186)/(1064+273.15) = -48.20\ J/K))$

d)
la variazione di entropia dell'universo causata dall'intero processo di formazione del lingotto sino a temperatura ambiente T_a

$\Delta S_{Univ} = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{amb}$
$\Delta S_{sistema} = m * c_l * ln(T_l/T_f) + m * c_s * ln(T_f/T_a) - \frac{m*\lambda_f}{T_f} = -26.92 - 192.15 - 48.20 = -267.28\ J/K$

$$\Delta S_{amb} = \frac{Q_{tot}}{T_a} = 794.97\ J/K$$

$$\Delta S_{Univ} = 527.7\ J/K$$