Soluzioni Esercizio 1

a) Le temperature della sorgente intermedia

T_1 = 891+273.15 = 1164.15 K; T2 = 11+273.15 = 284.15 K

La macchina A lavora tra le sorgenti a T_1 e T e la macchina B lavora tra le sorgenti T e T_2.

Il rendimento delle due macchine è uguale $\eta_A = \eta_B$ =>1 – (T/1164.15) = (1-284.15/T)

=> T = sqrt(1164.15*284.15) = 575.15 K

b) Il calore ceduto dalle due macchine

Macchina A =>η_A = 1-575.15/1164.15 = 1 + Q_A/Q_1 (Q_1 = 16800 J)

=> Q_A = -(575.15/1164.15)*16800 = - 8300 J = - 8.3 kJ

Macchina B =>η_B = 1-284.15/575.15 = 1 + Q_B/Q_A

=> Q_B = -(284.15/575.15)*8300 = - 4100 J = - 4.1 kJ

c) Il lavoro delle due macchine

Macchina A => $L_A = Q_1 + Q_A$ = 16800-8300 = 8500 J

Macchina B => $L_B = Q_A + Q_B$ = 8300-4100 = 4200 J

d) Se il lavoro prodotto dalle due macchine è uguale, la temperatura (T')

$L_A' = L_B'$ => $\eta_A Q_1 = \eta_B Q_A'$

$(1-T'/T_1)Q_1 = (1-T_2/T')Q_A'$ => $(1-T'/T_1)(T_1/T')Q_A' = (1-T_2/T')Q_A'$

(Sapendo che $1+ Q_A'/Q_1 = 1-T'/T_1$=> $Q_1 = -(T_1/T')Q_A'$)

$T_1/T'-1 = 1-T_2/T'$ => $T' = (T_1+T_2)/2$ = (*1164.15+284.15)/2 = 724.15 K*

e) **il calore ceduto dalla macchina A e macchina B**

$Q_A' = -(T'/T_1)Q_1$ =- 10450.3 J

=>$L_A' = Q_1+Q_A'$ = 16800 - 10450 = 6350 J = L_B'

Q_B' = -10450.3 + 6349.7 J = - 4100 J

e) Il rendimento delle due macchine

$\eta_A = 1-T'/T_1$ = 1-(724.15/1164.15) = 0.378 ~ 38%

$\eta_B = 1-T_2/T'$ = 1-(284.15/724.15) = 0.608 ~ 61%

Soluzioni *Esercizio 2*

(a) Le coordinate degli stati di equilibrio

Stato A

P_A = 1 atm = 101325 Pa, $v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$=687 m/s

T_A = ((687^2)*0.032)/(3*8.314) = **605.5 K**

$V_A = n\ RT_A/P_A$ = (1*8.314*605.523)/101325 = 0.0496849 m^3 = **49.7 *l***

Stato B

La velocità quadratica media dipende esclusivamente dalla temperatura quindi AB è una trasformazione isoterma (**$T_A = T_B$**) reversibile in cui la variazione di entropia è

$\Delta S_{AB} = n\ R\ \ln(V_B/V_A)$ = 3 J/K => $V_B = V_A$ e^(ΔS_{AB} /nR)

V_B = 0.0496849*e^(3/8.314) = 0.0712745 m3 = **71.3 *l***

=>$P_B = n\ R\ T_B/ V_B$ = (8.314*605.523)/ 0.0712745= **70633** Pa

Stato C

La CA è una trasformazione politropica (PV^{α} = costante) descritta dalla equazione

$\frac{v}{V} = \sqrt{T/V} = PV^{-1} = costante.$=>($\alpha$ = -1)

$P_C V_C^{-1} = P_B V_B^{-1}$ =>$P_C = P_B *V_C/V_B$ = 70632.8*(0.0496849 /0.0712745) = **49238** Pa

=>$T_C = P_C V_C/ nR$ = (49237.6*0.0496849)/8.314= **294.2** K

b) la variazione massima della velocità quadratica media.

La variazione massima corrisponde a massima differenza tra le temperature.

$v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$=sqrt((3*8.314*294.246)/(0.032)) = 478.9 m/s

Δv_{max} = 687-479 = **208** m/s

c) il calore totale e il rendimento del ciclo.

$Q_{AB} = nRT_A \ln(V_B/V_A)$ = 8.314*605.523*ln(0.0712745/0.0496849) =1816.6 J

$Q_{BC} = n\ c_{\alpha}\ (T_C-T_B)$ = (3*8.314*(294.246-605.523)) =-7763.9 J

($c_{\alpha} = c_v+R/(1-\alpha)$= 2 R); ($\alpha$ = -1)

$Q_{CA} = n\ c_V\ (T_A-T_C)$ = 2.5*8.314*(605.523-294.246) = 6469.9 J

$Q_{tot} = L_{tot}$ = 1816.57-7763.87+6469.89 = **522.6** J

Si tratta di un ciclo di una macchina termica di cui l'efficienza è descritta dal rendimento

$\eta = L_{tot}/Q_{AB}+Q_{CA}$ = 522.59 /(1816.57+6469.89) =**0.063**

d) rappresentazione grafica sul piano (P,V).