

## Soluzioni Esercizio 1

1) Temperatura sassi  $T_S = 30 + 273.15 = 303.15$  K; lago  $T_L = 5 + 273.15 = 278.15$  K

La variazione di entropia dei 5 sassi

$$\Delta S_S = 5 \cdot m c_s \ln(T_L/T_S) = 5 \cdot 100 \cdot 0.2 \cdot 4.186 \cdot \ln(278.15/303.15) = -36.03 \text{ J/K}$$

La variazione di entropia del lago (sorgente di calore)

$$\Delta S_L = Q/T_L = (-500 \cdot 0.2 \cdot 4.186 \cdot (278.15 - 303.15))/278.15 = 37.62 \text{ J/K}$$

**La variazione di entropia dell'universo**  $\Delta S_U = \Delta S_S + \Delta S_L = 37.62 - 36.03 = 1.59 \text{ J/K}$

2) Temperatura del ghiaccio fondente  $T_0 = 0 + 273.15 = 273.15$  K; del lago  $T_L = 278.15$  K

La variazione di entropia del ghiaccio  $\Delta S_G = m_g \lambda / T_{fus} + m c_a \ln(q/T_{fus})$

$$= ((150 \cdot 80 \cdot 4.186)/273.15) + 150 \cdot 1 \cdot 4.186 \cdot \ln(278.15/273.15) = 195.29 \text{ J/K}$$

La variazione di entropia del lago (sorgente di calore)

$$\Delta S_L = Q/T_L = (-150 \cdot 1 \cdot 4.186 \cdot (278.15 - 273.15) - (150 \cdot 80 \cdot 4.186))/278.15 = -191.88 \text{ J/K}$$

**La variazione di entropia dell'universo**  $\Delta S_U = \Delta S_G + \Delta S_L = 195.29 - 191.88 = 3.41 \text{ J/K}$

3) In questo caso la temperatura finale ( $T_f$ ) deve essere ricavata utilizzando l'equazione di equilibrio:

il calore assorbito dai sassi = il calore ceduto dal calorimetro

$$500 \cdot 0.2 \cdot 4.186 \cdot (T_f - 30) = 500 \cdot 1 \cdot 4.186 \cdot (50 - T_f) \Rightarrow T_f = 46.67 \text{ }^\circ\text{C} = 319.82 \text{ K}$$

La variazione di entropia dei sassi:

$$\Delta S_S = m c_s \ln(T_f/T_S) = 500 \cdot 0.2 \cdot 4.186 \cdot \ln(319.82/303.15) = 22.41 \text{ J/K}$$

La variazione di entropia del calorimetro:

$$\Delta S_C = m c_c \ln(T_f/T_C) = 500 \cdot 1 \cdot 4.186 \cdot \ln(319.82/323.15) = -21.68 \text{ J/K}$$

**La variazione di entropia dell'universo**  $\Delta S_U = \Delta S_S + \Delta S_C = 22.41 - 21.68 = 0.73 \text{ J/K}$

4) Come prima, la temperatura finale ( $\theta$ ) deve essere ricavata utilizzando l'equazione di equilibrio:

il calore assorbito dal ghiaccio = il calore ceduto dal calorimetro

$$m_g \lambda + m_g c_a (\theta - 0) = (m_a + m^*) c_a (50 - \theta)$$

$$150 \cdot 80 \cdot 4.186 + 150 \cdot 1 \cdot 4.186 \cdot (\theta - 0) = 500 \cdot 1 \cdot 4.186 \cdot (50 - \theta) \Rightarrow \theta = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}$$

La variazione di entropia del ghiaccio

$$\Delta S_G = m_g \lambda / T_{fus} + m c_a \ln(\theta/T_{fus}) = ((150 \cdot 80 \cdot 4.186)/273.15) + 150 \cdot 1 \cdot 4.186 \cdot \ln(293.15/273.15) = 228.27 \text{ J/K}$$

La variazione di entropia del calorimetro

$$\Delta S_C = m c_c \ln(\theta/T_C) = 500 \cdot 1 \cdot 4.186 \cdot \ln(293.15/323.15) = -203.93 \text{ J/K}$$

**La variazione di entropia dell'universo**  $\Delta S_U = \Delta S_G + \Delta S_C = 228.27 - 203.93 = 24.34 \text{ J/K}$

5) La mela viene fatta cadere da una altezza di 100 m. In questo caso il lavoro esterno =  $mgh$  (prima che la mela sia messa in contatto con il lago); Lavoro =  $0.3 \cdot 9.81 \cdot 100 = 294.3 \text{ J}$

La variazione di entropia della mela

$$\Delta S_M = m c_m \ln(T_m/T_L) = 300 \cdot 0.8 \cdot 4.186 \cdot \ln(278.15/303.15) = -86.47 \text{ J/K}$$

La variazione di entropia del lago (sorgente di calore)

$$\Delta S_L = Q_{tot}/T_L = (\text{calore assorbita dal lago (Q)} + \text{il lavoro assorbito})/T_L = 25410.3/278.15 = 91.35 \text{ J/K}$$

$$(Q = 300 \cdot 0.8 \cdot 4.186 \cdot (303.15 - 278.15) = 25116 \text{ J})$$

**La variazione di entropia dell'universo**  $\Delta S_U = \Delta S_M + \Delta S_L = 91.35 - 86.47 = 4.88 \text{ J/K}$

## Soluzione esercizio 2

1) Il ciclo Otto è costituito da due trasformazioni adiabatiche AB e CD chiuse tramite due isocore BC e DA. Ci sono due sorgenti di calore per realizzare le trasformazioni isocore mentre le adiabatiche non necessitano di alcuna sorgente.

Nel ciclo  $T_A$  e  $T_C$  sono  $27+273.15 = 300.15$  K e  $928+273.15 = 1201.15$  K

**Stato A:**  $T_A = 300.15$  K;  $P_A = 101325$  Pa;  $V_A = nRT_A/P_A = (0.5*8.314*300.15)/101325 = 0.0123$  m<sup>3</sup>

**Stato B:**  $V_B = V_A/3 = 0.0041$  m<sup>3</sup>;

Si sfrutta l'informazione sull'entropia; la variazione di entropia nella trasformazione BC è 5 volte a quella nella AB, quindi:

$$n \cdot c_v \ln(T_C/T_B) = 5 \cdot (n c_v \ln(T_B/T_A) + nR \ln(V_B/V_A))$$

$$\Rightarrow 2.5 \ln(T_C/T_B) = 5 \cdot 2.5 \ln(T_B/T_A) + 5 \ln(1/3); \text{ dove rapporto di compressione} = V_A/V_B = 3$$

$$\Rightarrow 2.5 \ln(T_C) - 2.5 \ln(T_B) = 12.5 \ln(T_B) - 12.5 \ln(T_A) - 5.493$$

$$\Rightarrow 15 \ln(T_B) = 2.5 \ln(T_C) + 12.5 \ln(T_A) + 5.493$$

$$\Rightarrow \ln(T_B) = 6.302 \text{ quindi } T_B = e^{6.302} = 545.45 \text{ K}$$

$$\Rightarrow T_B = 545.45 \text{ K};$$

$$\Rightarrow P_B = nRT_B/V_B = (0.5*8.314*545.45)/0.004105 = 552359 \text{ Pa}$$

**Stato C:**  $V_C = V_B = 0.0041$  m<sup>3</sup>;  $T_C = 1201.15$  K;  $P_C = nRT_C/V_C = (0.5*8.314*1201.15)/0.004105 = 1216370$  Pa

**Stato D:**  $V_D = V_A = 0.0123$  m<sup>3</sup>; Il  $T_D$  si può ricavare conoscendo il rendimento del ciclo:

$$\eta = (1 - T_{\text{cold}}/T_{\text{hot}})/5 = (1 - ((27+273.15)/(928+273.15)))/5 = 0.15 = L_{\text{tot}}/Q_{\text{ass}} = Q_{\text{tot}}/Q_{\text{ass}} = 1 + (Q_{DA}/Q_{BC}) = 0.15 \Rightarrow Q_{DA} = (0.15 - 1) \cdot Q_{BC}$$

$$\Rightarrow (T_A - T_D) = -0.85 \cdot (T_C - T_B); \text{ quindi } T_D = 300.15 + 0.85 \cdot (1201.15 - 545.45) = 857.50 \text{ K}$$

$$\Rightarrow T_D = 857.50 \text{ K}$$

$$\Rightarrow P_D = nRT_D/V_D = (0.5*8.314*857.5)/0.012314 = 289478 \text{ Pa}$$

	A	B	C	D
<b>P [kPa]</b>	101.3	552.4	1216.4	289.5
<b>T [K]</b>	300.1	545.4	1201	857.5
<b>V(m<sup>3</sup>)</b>	0.0123	0.0041	0.0041	0.0123

2) Il lavoro totale è uguale il calore scambiato nel ciclo

$$L_{\text{tot}} = Q_{\text{tot}} = Q_{BC} + Q_{DA} = n c_v (T_C - T_B) + n c_v (T_A - T_D) = 0.5 \cdot 2.5 \cdot 8.314 \cdot (1201.15 - 545.45) + 0.5 \cdot 2.5 \cdot 8.314 \cdot (300.15 - 857.5) = 6814.36 - 5792.26 = 1022.1 \text{ J}$$

3) variazione di entropia del gas

$$\Delta S_{AB} = n c_v \ln(T_B/T_A) + nR \ln(V_B/V_A) = 0.5 \cdot 2.5 \cdot 8.314 \cdot \ln(545.45/300.15) + 0.5 \cdot 8.314 \cdot \ln(1/3) = 1.64 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{BC} = 5 \cdot \Delta S_{AB} = 8.20 \text{ J/K};$$

$$\Delta S_{CD} = n c_v \ln(T_D/T_C) + nR \ln(V_D/V_C) = 0.5 \cdot 2.5 \cdot 8.314 \cdot \ln(857.5/1201.15) + 0.5 \cdot 8.314 \cdot \ln(3) = 1.06 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{DA} = n c_v \ln(T_A/T_D) = 0.5 \cdot 2.5 \cdot 8.314 \cdot \ln(300.15/857.5) = -10.90 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{tot}} = 0 \text{ come deve essere}$$

variazione di entropia dell'ambiente:

$$\Delta S_{AB}(\text{amb})=0; \Delta S_{BC}(\text{amb}) = -Q_{BC}/T_C = - 6814.36/1201.15 = -5.67 \text{ J/K}; \Delta S_{CD}(\text{amb}) =0;$$

$$\Delta S_{DA}(\text{amb}) = -Q_{DA}/T_A = 5792.26/300.15 = 19.30 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{tot}}(\text{amb}) = 13.63 \text{ J/K}$$

4) variazione di entropia del gas

$$\Delta S_U = \Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{amb}} = 13.63 \text{ J/K}$$

5) rappresentazione grafica del ciclo nel piano (P,V) e (T,S)

