

# Meccanica analitica

Francesco Zamponi

## I. SCOPO DEL CORSO

- Classificare i moti possibili nell'ambito della meccanica classica
- Discutere la formulazione variazionale della meccanica classica
- Sviluppare strumenti per trattare moti complicati
- Sviluppare strumenti per andare oltre la meccanica classica: meccanica quantistica, teoria dei campi, meccanica statistica, relatività...

**NB:** Useremo il linguaggio della fisica teorica, ovvero non discuteremo necessariamente le formulazioni rigorose anche quando esistono, e faremo ipotesi restrittive per semplicità

## II. BIBLIOGRAFIA

- Testi classici di riferimento:
  - Meccanica Classica*, H. Goldstein, C. Poole e J. Safko, Zanichelli (2005)
  - Metodi matematici della meccanica classica*, V. I. Arnold, Editori Riuniti (2010)
  - Fisica Teorica 1 - Meccanica*, L. D. Landau e M. E. Lifshits, Editori Riuniti (2009)
  - Meccanica elementare*, G. Gallavotti, Boringhieri (1980) disponibile [online](#) in inglese
  - Meccanica analitica*, A.Fasano e S.Marmi, Boringhieri (2002) disponibile [online](#) in inglese
  - Appunti di meccanica razionale*, E.Olivieri, Aracne (1992)
- Note del corso di [David Tong](#):
  - Buona parte del corso di meccanica analitica è basato sulle note [Classical dynamics](#)
  - Un ripasso di meccanica elementare si trova nelle note [Dynamics and relativity](#)
- Note del corso di [Carlo Marchioro](#) (rivedute e corrette da Sergio Caprara)
- Note del corso di [Antonio Giorgilli](#):
  - Piccole oscillazioni e la costruzione di un moto periodico: [Oscillazioni](#)
- Note del corso di [Alessandro Giuliani](#):
  - Piccole oscillazioni e [stima dell'errore](#)
- Note di A.Eremenko sulle [piccole oscillazioni](#)
- Note di J.Peraire e S.Widnall sul [corpo rigido a due dimensioni](#)
- Sul metodo di Hamilton-Jacobi si possono consultare le note di David Tong, e anche:
  - Il libro di [Douglas Cline](#)
  - Le note di [Hitoshi Murayama](#)

### III. PROGRAMMA DEL CORSO

#### 1. Meccanica Newtoniana e moti unidimensionali

- a. Moti senza attrito: periodicità, approccio al punto fisso, fuga all'infinito
- b. Moti con attrito: approccio a un punto fisso
- c. Stabilità di un punto fisso e piccole oscillazioni
- d. Ritratto di fase
- e. Moti forzati: moti periodici e quasi periodici

Applicazioni: costruzione di un moto periodico (orologio)

#### 2. Meccanica Newtoniana a più dimensioni

- a. Equazioni del moto per un sistema di punti: forze esterne e forze interne, terzo principio di Newton
- b. Equazioni del moto per il baricentro: conservazione del momento e del momento angolare
- c. Forze conservative: conservazione dell'energia
- d. Piccole oscillazioni e teorema di Lagrange-Dirichlet

Applicazioni: modi normali delle molecole di ossigeno e anidride carbonica

#### 3. Meccanica Lagrangiana

- a. Principio di azione Lagrangiana
- b. Cambiamenti di coordinate
- c. Grandezze conservate: coordinate cicliche, simmetrie continue e teorema di Noether
- d. Discretizzazione del moto e metodo di integrazione di Verlet

Applicazioni: moti centrali e il problema dei due corpi, precessione del perielio

#### 4. Moti vincolati

- a. Vincoli olonomi e moltiplicatori di Lagrange
- b. Vincoli perfetti e principio di d'Alembert (principio di azione per moti vincolati)
- c. Vincoli reali e convergenza al caso perfetto

Applicazioni: il pendolo rotante e il pendolo sferico

#### 5. Il corpo rigido

- a. Corpo rigido come problema Lagrangiano con vincoli
- b. Corpo rigido in due dimensioni
- c. Corpo rigido in tre dimensioni: velocità angolare, tensore di inerzia e equazioni di Eulero
- d. Angoli di Eulero e Lagrangiana del corpo rigido in tre dimensioni
- e. Calcolo del tensore di inerzia

Applicazioni: la trottola

#### 6. Meccanica Hamiltoniana, sistemi integrabili e moti quasi periodici

- a. Formulazione Hamiltoniana e trasformata di Legendre, principio di azione Hamiltoniano
- b. Teorema di Liouville e teorema di ricorrenza di Poincaré
- c. Parentesi di Poisson, trasformazioni canoniche, funzioni generatrici
- d. Metodo di Hamilton-Jacobi
- e. Integrabilità, variabili azione-angolo, esempi di sistemi integrabili
- f. Piccole perturbazioni di un sistema integrabile (cenni)

Applicazioni: modi normali di sistemi vincolati